КАЗАНСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

МАТЕМАТИКА ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО НАПРАВЛЕНИЯ НА ДВУЯЗЫЧНОЙ (ТАТАРСКО-РУССКОЙ) ОСНОВЕ (ЧАСТЬ 2)

практикум

ИКЕТЕЛЛЕ (ТАТАРЧА-РУСЧА) НИГЕЗДӘ ПЕДАГОГИКА ЮНӘЛЕШЕ БУЕНЧА УКУЧЫ СТУДЕНТЛАР ӨЧЕН МАТЕМАТИКА (2-нче ӨЛЕШ)

практикум

КАЗАНЬ

2024

ЭЧТӘЛЕК

I. МАТЕМАТИК АНАЛИЗГА КЕРЕШ. ЧИКЛӘМӘЛӘР

Теоретик сораулар

1. Күплекләр . Өске һәм аскы чикләр.
2. Реаль саннар.
3. Функцияләр. Билгеләмә. Бирү ысуллары.
4. Функцияләрнең төп үзлекләре
5. Төп элементар функцияләр
6. Катлаулы функция. Билгеләмә, күрсәтелеш, мисаллар.
7. Элементар функция билгеләмәсе
8. Яссылыктагы линияләр. Күрсәтелешләре.
9. Ике линиянең үзара урнашуы. Мисаллар.
10. Туры тигезләмәсенең аерым очраклары. Мисаллар.
11. Бирелгән юнәлештә бирелгән туры аша үтүче туры тигезләмәсе
12. Турының гомуми тигезләмәсе һәм аны тикшерү
13. Турыларның параллельлек һәм перпендикулярлык шартлары
14. Чикләмәләр һәм өзлексезлек
15. Чиксез кечкенә эзлеклелек үзлекләрt
16. Эзлеклелек чикләмәсенең бердәнберлеге турында теорема
17. Кысылган үзгәрешле турында теорема
18. Җыелучан эзлеклелекләр белән арифметик гамәлләр
19. Монотон эзлеклелекләр һәм аларның чикләмәләре
20. Кертелмәле кисемтәләр турында теорема
21. Асэзлеклелекләр һәм өлешчә чикләмәләр
22. Кырый чикләмәләрнең өлешчә чикләмәләргә керүе турында теорема
23. Эзлеклелекнең җыелу критерие
24. Эзлеклелекләр җыелуның Коши критерие
25. Функциянең чиксезлектә һәм ноктада чикләмәсе
26. Чиксез кечкенә һәм чиксез зур зурлыклар
27. Чиксез кечкенә зурлыкларның үзлекләре

28.Чиксез зур зурлыклар үзлекләре

29.Чиксез кечкенә һәм чиксез зур зурлыклар арасындагы бәйләнеш

30.Чикләмәләр турында төп теоремалар. Чикләмә барлыгы билгеләре

31.Чикләмә барлыгы билгеләре

32.Төп чикләмәләр

33.Функция өзлексезлеге

34.Ноктада өзлексез функцияләр үзлеләре

35.Аралыкта өзлексез функция

36.Функциянең өзелү нокталары

37.Кисемтәдә өзлексез функция үзлекләре

Теоретик күнегүләр

1. Әгәр $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$ булса $\lim\limits_{n\to\infty} |a_n| = |a|$ икәнен исбатларга. $\lim\limits_{n\to\infty} |a_n|$ булуыннан $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$икәне чыгамы?

Күрсәтмә. Түбәндәге тигезсезлекне исбатларга һәм файдаланырга.

$$\big||b| - |a|\big| \le |b - a|.$$

2. $\{n^2\}$ эзлеклелегенең тарала икәнен исбатларга.

3. «$\varepsilon - \delta$» телендә язарга: «A саны x_0 тирәлегендә билгеләнгән $f(x)$ функциясенең x_0 ноктасындагы чикләмәсе булып тормый».

4. Әгәр $f(x)$ өзлексез функция икән, $F(x) = |f(x)|$ шулай ук өзлексез функция икәнен исбатларга. Кире раслама дөресме?

5. «$\varepsilon - \delta$» телендә расламаны языгыз: «x_0 ноктасы тирәлегендә билгеләнгән функция $f(x)$ бу ноктада өзлексез түгел».

6. $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) \neq 0$, ә $\lim\limits_{x\to x_0} \phi(x)$ чикләмәсе булмасын. $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)\phi(x)$ чикләмәсе юклыгын исбатларга.

Күрсәтмә. Киресе дөрес дип карарга һәм өлеш чикләмәсе турындагы теореманы файдаланырга.

7. $f(x)$ функциясенең x_0 ноктасында чикләмәсе булсын, ә $\phi(x)$ ның чикләмәсе булмасын. Бу чикләмәләр бармы:

1) $\lim\limits_{x \to x_0} [f(x) + \phi(x)]$; 2) $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)\phi(x)$?

Мисал карагыз: $\lim\limits_{x \to 0} x \sin\frac{1}{x}$.

8. $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) \neq 0$ булсын, ә $\phi(x)$ функциясе $x \to x_0$ булганда чиксез зур. $f(x)\phi(x)$ тапкырчыгышының $x \to x_0$булганда чиксез зур икәнен исбатларга.

9. $\frac{1}{x}\cos\frac{1}{x}$ функциясе $x \to 0$ булганда чиксез зурмы?

Чишү өчен мәсьәләләр

1 мәсьәлә. $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$ икәнен исбатларга ($N(\varepsilon)$ ны табарга).

1.1. $a_n = \frac{3n-2}{2n-1}$, $a = \frac{3}{2}$.
1.2. $a_n = \frac{4n-1}{2n+1}$, $a = 2$.
1.3. $a_n = \frac{7n+4}{2n+1}$, $a = \frac{7}{2}$.
1.4. $a_n = \frac{2n-5}{3n+1}$, $a = \frac{2}{3}$.
1.5. $a_n = \frac{7n-1}{n+1}$, $a = 7$.
1.6. $a_n = \frac{4n^2+1}{3n^2+2}$, $a = \frac{4}{3}$.
1.7. $a_n = \frac{9-n^3}{1+2n^3}$, $a = -\frac{1}{2}$.
1.8. $a_n = \frac{4n-3}{2n+1}$, $a = 2$.
1.9. $a_n = \frac{1-2n^2}{2+4n^2}$, $a = -\frac{1}{2}$.
1.10. $a_n = -\frac{5n}{n+1}$, $a = -5$.
1.11. $a_n = \frac{n+1}{1-2n}$, $a = -\frac{1}{2}$.
1.12. $a_n = \frac{2n+1}{3n-5}$, $a = \frac{2}{3}$.
1.13. $a_n = \frac{1-2n^2}{n^2+3}$, $a = -2$.
1.14. $a_n = \frac{3n^2}{2-n^2}$, $a = -3$.
1.15. $a_n = \frac{n}{3n-1}$, $a = \frac{1}{3}$.
1.16. $a_n = \frac{3n^3}{n^3-1}$, $a = 3$.
1.17. $a_n = \frac{4+2n}{1-3n}$, $a = -\frac{2}{3}$.
1.18. $a_n = \frac{5n+15}{6-n}$, $a = -5$.
1.19. $a_n = \frac{3-n^2}{1+2n^2}$, $a = -\frac{1}{2}$.
1.20. $a_n = \frac{2n-1}{2-3n}$, $a = -\frac{2}{3}$.
1.21. $a_n = \frac{3n-1}{5n+1}$, $a = \frac{3}{5}$.
1.22. $a_n = \frac{4n-3}{2n+1}$, $a = 2$.
1.23. $a_n = \frac{1-2n^2}{2+4n^2}$, $a = -\frac{1}{2}$.
1.24. $a_n = \frac{5n+1}{10n-3}$, $a = \frac{1}{2}$.
1.25. $a_n = \frac{2-2n}{3+4n}$, $a = -\frac{1}{2}$.
1.26. $a_n = \frac{23-4n}{2-n}$, $a = 4$.
1.27. $a_n = \frac{1+3n}{6-n}$, $a = -3$.
1.28. $a_n = \frac{2n+3}{n+5}$, $a = 2$.
1.29. $a_n = \frac{3n^2+2}{4n^2-1}$, $a = \frac{3}{4}$.
1.30. $a_n = \frac{2-3n^2}{4+5n^2}$, $a = -\frac{3}{5}$.
1.31. $a_n = \frac{2n^3}{n^3-2}$, $a = 2$.

2 нче мәсьәлә. Санлы эзлеклелекләрнең чикләмәләрен табыгыз.

2.1. $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{(3-n)^2+(3+n)^2}{(3-n)^2-(3+n)^2}$.
2.2. $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{(3-n)^4-(2-n)^4}{(1-n)^4-(1+n)^4}$.

2.3. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(3-n)^4-(2-n)^4}{(1-n)^3-(1+n)^3}$.

2.4. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(1-n)^4-(1+n)^4}{(1+n)^3-(1-n)^3}$.

2.5. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(6-n)^2-(6+n)^2}{(6+n)^2-(1-n)^2}$.

2.6. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+1)^3-(n+1)^2}{(n-1)^3-(n+1)^3}$.

2.7. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(1+2n)^3-8n^3}{(1+2n)^2+4n^2}$.

2.8. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(3-4n)^2}{(n-3)^3-(n+3)^3}$.

2.9. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(3-n)^3}{(n+1)^2-(n+1)^3}$.

2.10. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+1)^2+(n-1)^2-(n+2)^3}{(4-n)^3}$.

2.11. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2(n+1)^3-(n-2)^3}{n^2+2n-3}$.

2.12. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+1)^3+(n+2)^3}{(n+4)^3+(n+5)^3}$.

2.13. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+3)^3+(n+4)^3}{(n+3)^4-(n+4)^4}$.

2.14. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+1)^4-(n-1)^4}{(n+1)^3+(n-1)^3}$.

2.15. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{8n^3-2n}{(n+1)^4-(n-1)^4}$.

2.16. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+6)^3-(n+1)^3}{(2n+3)^2+(n+4)^2}$.

2.17. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(2n-3)^3-(n+5)^3}{(3n-1)^3+(2n+3)^3}$.

2.18. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+10)^2+(3n+1)^2}{(n+6)^3-(n+1)^3}$.

2.19. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(2n+1)^3+(3n+2)^3}{(2n+3)^3-(n-7)^3}$.

2.20. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+7)^3-(n+2)^3}{(3n+2)^2+(4n+1)^2}$.

2.21. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(2n+1)^3-(2n+3)^3}{(2n+1)^2+(2n+3)^2}$.

2.22. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^3-(n-1)^3}{(n+1)^4-n^4}$.

2.23. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+2)^4-(n-2)^4}{(n+5)^2+(n-5)^2}$.

2.24. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+1)^4-(n-1)^4}{(n+1)^3+(n-1)^3}$.

2.25. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+1)^3-(n-1)^3}{(n+1)^2-(n-1)^2}$.

2.26. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+1)^3-(n-1)^3}{(n+1)^2+(n-1)^2}$.

2.27. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+2)^3+(n-2)^3}{n^4+2n^2-1}$.

2.28. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+1)^3+(n-1)^3}{n^3-3n}$.

2.29. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+1)^3+(n-1)^3}{n^3+1}$.

2.30. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+2)^2-(n-2)^2}{(n+3)^2}$.

2.31. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(2n+1)^2-(n+1)^2}{n^2+n+1}$.

3 нче мәсьәлә. Санлы эзлеклелекләрнең чикләмәләрен табыгыз.

3.1. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n\sqrt[3]{5n^2}+\sqrt[4]{9n^8+1}}{(n+\sqrt{n})\sqrt{7-n+n^2}}$.

3.2. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n-1}-\sqrt{n^2+1}}{\sqrt[3]{3n^3+3}+\sqrt[4]{n^5+1}}$.

3.3. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n^3+1}-\sqrt{n-1}}{\sqrt[3]{n^3+1}-\sqrt{n-1}}$.

3.4. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt[3]{n^2-1}+7n^3}{\sqrt[4]{n^{12}+n+1}-n}$.

3.5. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt{3n-1}-\sqrt[3]{125n^3+n}}{\sqrt[5]{n}-n}$.

3.6. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n\sqrt[5]{n}-\sqrt[3]{27n^6+n^2}}{(n+\sqrt[4]{n})\sqrt{9+n^2}}$.

3.7. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n+2}-\sqrt{n^2+2}}{\sqrt[4]{4n^4+1}-\sqrt[3]{n^4-1}}$.

3.8. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n^4+2}+\sqrt{n-2}}{\sqrt[4]{n^4+2}+\sqrt{n-2}}$.

3.9. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{6n^3-\sqrt{n^5+1}}{\sqrt{4n^6+3}-n}$.

3.10. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt{5n+2}-\sqrt[3]{8n^3+5}}{\sqrt[4]{n+7}-n}$.

3.11. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n\sqrt[4]{3n+1}+\sqrt{81n^4-n^2+1}}{(n+\sqrt[3]{n})\sqrt{5-n+n^2}}$.

3.12. $\lim\limits_{n\to\infty} n\left(\sqrt{n(n-2)}-\sqrt{n^2-3}\right)$.

3.13. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n-\sqrt[3]{n^3-5}\right)n\sqrt{n}$.

3.14. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt[3]{n}-9n^2}{3n-\sqrt[4]{9n^8+1}}$.

3.15. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt{4n+1}-\sqrt[3]{27n^3+4}}{\sqrt[4]{n}-\sqrt[3]{n^5+n}}$.

3.16. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n\sqrt[3]{7n}-\sqrt[4]{81n^8-1}}{(n+4\sqrt{n})\sqrt{n^2-5}}$.

3.17. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt[3]{n^3-7}+\sqrt[3]{n^2+4}}{\sqrt[4]{n^5+5}+\sqrt{n}}$.

3.18. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n^6+4}+\sqrt{n-4}}{\sqrt[5]{n^6+6}-\sqrt{n-6}}$.

3.19. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{4n^2-\sqrt[4]{n^3}}{\sqrt[3]{n^6+n^3+1}-5n}$.

3.20. $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt{n^3+8}\left(\sqrt{n^3+2}-\sqrt{n^3-1}\right)$.

3.21. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n\sqrt[4]{11n}+\sqrt{25n^4-81}}{(n-7\sqrt{n})\sqrt{n^2-n+1}}$.

3.22. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt[3]{n^2}-\sqrt{n^2+5}}{\sqrt[5]{n^7}-\sqrt{n+1}}$.

3.23. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n^7+5}-\sqrt{n-5}}{\sqrt[7]{n^7+5}+\sqrt{n-5}}$.

3.24. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt[3]{n^2+2}-5n^2}{n-\sqrt{n^4-n+1}}$.

3.25. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n+2}-\sqrt[3]{n^3+2}}{\sqrt[7]{n+2}-\sqrt[5]{n^5+2}}$.

3.26. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n\sqrt{71n}-\sqrt[3]{64n^6+9}}{(n-\sqrt[3]{n})\sqrt{11+n^2}}$.

3.27. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n+6}-\sqrt{n^2-5}}{\sqrt[3]{n^3+3}+\sqrt[4]{n^3+1}}$.

3.28. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n\ \ (n+5)}-n\right)$.

3.29. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^2-\sqrt{n^3+1}}{\sqrt[3]{n^6+2}-n}$.

3.30. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n+1}-\sqrt[3]{n^3+1}}{\sqrt[4]{n+1}-\sqrt[5]{n^5+1}}$.

3.31. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n\sqrt[6]{n}+\sqrt[3]{n^{10}+1}}{(n+\sqrt[4]{n})\ \sqrt[3]{n^3-1}}$.

4 нче мәсьәлә. Санлы эзлеклелекләрнең чикләмәләрен исәпләгез.

4.1. $\lim\limits_{n\to\infty} n\left(\sqrt{n^2+1}+\sqrt{n^2-1}\right)$.

4.2. $\lim\limits_{n\to\infty} n\left(\sqrt{n(n-2)}-\sqrt{n^2-3}\right)$.

4.3. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n-\sqrt[3]{n^3-5}\right)n\sqrt{n}$.

4.4. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\sqrt{(n^2+1)(n^2-4)}-\sqrt{n^4-9}\right]$

4.5. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n^5-8}-n\sqrt{n(n^2+5)}}{\sqrt{n}}$.

4.6. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2-3n+2}-n\right)$.

4.7. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n+\sqrt[3]{4-n^3}\right)$.

4.8. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\sqrt{n(n+2)}-\sqrt{n^2-2n+3}\right]$.

4.9. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\sqrt{(n+2)(n+1)}-\sqrt{(n-1)(n+3)}\right]$.

4.10. $\lim\limits_{n\to\infty} n^2\left(\sqrt{n(n^4-1)}-\sqrt{n^5-8}\right)$.

4.11. $\lim\limits_{n \to \infty} n\left(\sqrt[3]{5+8n^3}-2n\right)$.

4.12. $\lim\limits_{n \to \infty} n^2\left(\sqrt[3]{5+n^3}-\sqrt[3]{3+n^3}\right)$.

4.13. $\lim\limits_{n \to \infty} \left[\sqrt[3]{(n+2)^2}-\sqrt[3]{(n-3)^2}\right]$.

4.14. $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{\sqrt{(n+1)^3}-\sqrt{n(n-1)(n-3)}}{\sqrt{n}}$.

4.15. $\lim\limits_{n \to \infty} \left(\sqrt{n^2+3n-2}-\sqrt{n^2-3}\right)$.

4.16. $\lim\limits_{n \to \infty} \sqrt{n}\left(\sqrt{n+2}-\sqrt{n-3}\right)$.

4.17. $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{\sqrt{n(n^5+9)}-\sqrt{(n^4-1)(n^2+5)}}{n}$.

4.18. $\lim\limits_{n \to \infty} \left(\sqrt{n(n+5)}-n\right)$.

4.19. $\lim\limits_{n \to \infty} \sqrt{n^3+8}\left(\sqrt{n^3+2}-\sqrt{n^3-1}\right)$.

4.20. $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{\sqrt{(n^3+1)(n^2+3)}-\sqrt{n(n^4+2)}}{2\sqrt{n}}$.

4.21. $\lim\limits_{n \to \infty} \left[\sqrt{(n^2+1)(n^2+2)}-\sqrt{(n^2-1)(n^2-2)}\right]$.

4.22. $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{\sqrt{(n^5+1)(n^2-1)}-n\sqrt{n(n^4+1)}}{n}$.

4.23. $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{\sqrt{(n^4+1)(n^2-1)}-\sqrt{n^6-1}}{n}$.

4.24. $\lim\limits_{n \to \infty} \left[n-\sqrt{n(n-1)}\right]$.

4.25. $\lim\limits_{n \to \infty} n^3\left(\sqrt[3]{n^2(n^6+4)}-\sqrt[3]{(n^8-1)}\right)$.

4.26. $\lim\limits_{n \to \infty} \left[n\sqrt{n}-\sqrt{n(n+1)(n+2)}\right]$.

4.27. $\lim\limits_{n \to \infty} \sqrt[3]{n}\left(\sqrt[3]{n^2}-\sqrt[3]{n(n-1)}\right)$.

4.28. $\lim\limits_{n \to \infty} \sqrt{n+2}\left(\sqrt{n+3}-\sqrt{n-4}\right)$.

4.29. $\lim\limits_{n \to \infty} n\left(\sqrt{n^4+3}-\sqrt{n^4-2}\right)$.

4.30. $\lim\limits_{n \to \infty} \sqrt{n(n+1)(n+2)}\left(\sqrt{n^3-3}-\sqrt{n^3-2}\right)$.

4.31. $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{\sqrt{(n^2+5)(n^4+2)}-\sqrt{n^6-3n^3+5}}{n}$.

5нче мәсьәлә. Санлы эзлеклелекләрнең чикләмәләрен табыгыз.

5.1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n^2}+\frac{3}{n^2}+\ldots+\frac{n-1}{n^2}\right)$.

5.2. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(2n+1)!+(2n+2)!}{(2n+3)!}$.

5.3. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\frac{1+3+5+7+\ldots+(2n-1)}{n+1}-\frac{2n+1}{2}\right]$.

5.4. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2^{n+1}+3^{n+1}}{2^n+3^n}$.

5.5. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1+2+3+\ldots+n}{\sqrt{9n^4+1}}$.

5.6. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1+3+5+\ldots+(2n-1)}{1+2+3+..+n}$.

5.7. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\frac{1+3+5+7+\ldots+(2n-1)}{n+3}-n\right]$.

5.8. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1+4+7+\ldots+(3n-2)}{\sqrt{5n^4+n+1}}$.

5.9. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+4)!-(n+2)!}{(n+3)!}$.

5.10. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(3n-1)!+(3n+1)!}{(3n)!(n-1)}$.

5.11. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2^n-5^{n+1}}{2^{n+1}+5^{n+2}}$.

5.12. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\ldots+\frac{1}{3^n}}{1+\frac{1}{5}+\frac{1}{5^2}+\ldots+\frac{1}{5^n}}$.

5.13. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1-3+5-7+9-11+\ldots+(4n-3)-(4n-1)}{\sqrt{n^2+1}+\sqrt{n^2+n+1}}$.

5.14. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1-2+3-4+\ldots+(2n-1)-2n}{\sqrt{9n^4+1}}$.

5.15. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt[3]{n^3+5}-\sqrt{3n^4+2}}{1+3+5+\ldots+(2n-1)}$.

5.16. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3^n-2^n}{3^{n-1}+2^n}$.

5.17. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\frac{n+2}{1+2+3+\ldots n}-\frac{2}{3}\right]$.

5.18. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{5}{6}+\frac{13}{36}+\ldots+\frac{3^n+2^n}{6^n}\right)$.

5.19. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2-5+4-7+\ldots+2n-(2n+3)}{n+3}$.

5.20. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(2n+1)!+(2n+2)!}{(2n+3)!-(2n+2)!}$.

5.21. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1+2+\ldots+n}{n-n^2+3}$.

5.22. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^2+\sqrt{n}-1}{2+7+12+..+(5n-3)}$.

5.23. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{3}{4}+\frac{5}{16}+\frac{9}{64}+\ldots+\frac{1+2^n}{4^n}\right)$.

5.24. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2+4+6+\ldots+2n}{1+3+5+..+(2n-1)}$.

5.25. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\frac{1+5+9+13+\ldots+(4n-3)}{n+1}-\frac{4n+1}{2}\right]$.

5.26. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1-2+3-4+\ldots-2n}{\sqrt[3]{n^3+2n+2}}$.

5.27. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2^n+7^n}{2^n-7^{n-1}}$.

5.28. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n!+(n+2)!}{(n-1)!+(n+2)!}$.

5.29. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3+6+9+\ldots+3n}{n^2+4}$.

5.30. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{7}{10}+\frac{29}{100}+\ldots+\frac{2^n+5^n}{10^n}\right)$.

5.31. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{2+4+\ldots+2n}{n+3}-n\right)$.

6 нчы мәсьәлә. Санлы эзлеклелекләрнең чикләмәләрен табыгыз.

6.1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n+1}{n-1}\right)^n$.

6.2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{2n+3}{2n+1}\right)^{n+1}$.

6.3. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n^2-1}{n^2}\right)^{n^4}$.

6.4. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n-1}{n+3}\right)^{n+2}$.

6.5. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{2n^2+2}{2n^2+1}\right)^{n^2}$.

6.6. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{3n^2-6n+7}{3n^2+20n-1}\right)^{-n+1}$.

6.7. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n^2-3n+6}{n^2+5n+1}\right)^{n/2}$.

6.8. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n-10}{n+1}\right)^{3n+1}$.

6.9. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{6n-7}{6n+4}\right)^{3n+2}$.

6.10. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{3n^2+4n-1}{3n^2+2n+7}\right)^{2n+5}$.

6.11. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n^2+n+1}{n^2+n-1}\right)^{-n^2}$.

6.12. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{2n^2+5n+7}{2n^2+5n+3}\right)^{n}$.

6.13. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{n^2}$.

6.14. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{5n^2+3n-1}{5n^2+3n+3}\right)^{n^2}$.

6.15. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{3n+1}{3n-1}\right)^{2n+3}$.

6.16. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{2n^2+7n-1}{2n^2+3n-1}\right)^{-n^2}$.

6.17. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n+3}{n+5}\right)^{n+4}$.

6.18. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n^3+1}{n^3-1}\right)^{2n-n^3}$.

6.19. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{2n^2+21n-7}{2n^2+18n+9}\right)^{2n+1}$.

6.20. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{10n-3}{10n-1}\right)^{5n}$.

6.21. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{3n^2-5n}{3n^2-5n+7}\right)^{n+1}$.

6.22. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n+3}{n+1}\right)^{-n^2}$.

6.23. $\lim\limits_{x\to -3}\frac{2x^2+5x-3}{x+3}=-7$.

6.24. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n+4}{n+2}\right)^{n}$.

6.25. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{7n^2+18n-15}{7n^2+11n+15}\right)^{n+2}$.

6.26. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{2n-1}{2n+1}\right)^{n+1}$.

6.27. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n^3+n+1}{n^3+2}\right)^{2n^2}$.

6.28. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{13n+3}{13n-10}\right)^{n-3}$.

6.29. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{2n^2+2n+3}{2n^2+2n+1}\right)^{3n^2-7}$.

6.30. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n+5}{n-7}\right)^{n/6+1}$.

6.31. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{4n^2+4n-1}{4n^2+2n+3}\right)^{1-2n}$.

7 нче мәсьәлә. Исбатларга:($\delta(\varepsilon)$ ны табарга):

7.1. $\lim\limits_{x\to -3}\frac{2x^2+5x-3}{x+3}=-7$.

7.2. $\lim\limits_{x\to 1}\frac{5x^2-4x-1}{x-1}=6$.

7.3. $\lim\limits_{x\to -2}\frac{3x^2+5x-2}{x+2}=-7$.

7.4. $\lim\limits_{x\to 3}\frac{4x^2-14x+6}{x-3}=10$.

7.5. $\lim\limits_{x\to -\frac{1}{2}}\frac{6x^2+x-1}{x+\frac{1}{2}}=-5$.

7.6. $\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}}\frac{6x^2-x-1}{x-\frac{1}{2}}=5$.

7.7. $\lim\limits_{x\to -\frac{1}{3}}\frac{9x^2-1}{x+\frac{1}{3}}=-6$.

7.8. $\lim\limits_{x\to 2}\frac{3x^2-5x-2}{x-2}=7$.

7.9. $\lim\limits_{x\to -\frac{1}{3}}\frac{3x^2-2x-1}{x+\frac{1}{3}}=-4$.

7.10. $\lim\limits_{x\to -1}\frac{7x^2+8x+1}{x+1}=-6$.

7.11. $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2-4x+3}{x-3}=2$.

7.12. $\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}}\frac{2x^2+3x-2}{x-\frac{1}{2}}=5$.

7.13. $\lim\limits_{x\to \frac{1}{3}}\frac{6x^2-5x+1}{x-\frac{1}{3}}=-1$.

7.14. $\lim\limits_{x\to -\frac{7}{5}}\frac{10x^2+9x-7}{x+\frac{7}{5}}=-19$.

7.15. $\lim\limits_{x \to -\frac{7}{2}} \frac{2x^2+13x+21}{2x+7} = -\frac{1}{2}$.

7.16. $\lim\limits_{x \to \frac{5}{2}} \frac{2x^2-9x+10}{2x-5} = \frac{1}{2}$.

7.17. $\lim\limits_{x \to \frac{1}{3}} \frac{6x^2+x-1}{x-\frac{1}{3}} = 5$.

7.18. $\lim\limits_{x \to -\frac{1}{2}} \frac{6x^2-75x-39}{x+\frac{1}{2}} = -81$.

7.19. $\lim\limits_{x \to 11} \frac{2x^2-21x-11}{x-11} = 23$.

7.20. $\lim\limits_{x \to 5} \frac{5x^2-24x-5}{x-5} = 26$.

7.21. $\lim\limits_{x \to -7} \frac{2x^2+15x+7}{x+7} = -13$.

7.22. $\lim\limits_{x \to -4} \frac{2x^2+6x-8}{x+4} = -10$.

7.23. $\lim\limits_{x \to -\frac{1}{3}} \frac{6x^2-x-1}{3x+1} = -\frac{5}{3}$.

7.24. $\lim\limits_{x \to -5} \frac{x^2+2x-15}{x+5} = -8$.

7.25. $\lim\limits_{x \to 8} \frac{3x^2-40x+128}{x-8} = 8$.

7.26. $\lim\limits_{x \to 10} \frac{5x^2-51x+10}{x-10} = 49$.

7.27. $\lim\limits_{x \to \frac{1}{2}} \frac{2x^2-5x+2}{x-\frac{1}{2}} = -3$.

7.28. $\lim\limits_{x \to -6} \frac{3x^2+17x-6}{x+6} = -19$.

7.29. $\lim\limits_{x \to \frac{1}{3}} \frac{3x^2+17x-6}{x-\frac{1}{3}} = 19$.

7.30. $\lim\limits_{x \to -\frac{1}{5}} \frac{15x^2-2x-1}{x+\frac{1}{5}} = -8$.

7.31. $\lim\limits_{x \to \frac{1}{3}} \frac{15x^2-2x-1}{x-\frac{1}{3}} = 8$.

8 нче мәсьәлә. $f(x)$ функциясенең x_0 ноктасында өзлексезлеген исбатларга ($\delta(\varepsilon)$ны табарга).

8.1. $f(x) = 5x^2 - 1,\ x_0 = 6$.

8.2. $f(x) = 4x^2 - 2,\ x_0 = 5$.

8.3. $f(x) = 3x^2 - 3,\ x_0 = 4$.

8.4. $f(x) = 2x^2 - 4,\ x_0 = 3$.

8.5 $f(x) = -2x^2 - 5,\ x_0 = 2$.

8.6 $f(x) = -3x^2 - 6,\ x_0 = 1$.

8.7 $f(x) = -4x^2 - 7,\ x_0 = 1$.

8.8 $f(x) = -5x^2 - 8,\ x_0 = 2$.

8.9 $f(x) = -5x^2 - 9,\ x_0 = 3$.

8.10 $f(x) = -4x^2 + 9,\ x_0 = 4$.

8.11 $f(x) = -3x^2 + 8,\ x_0 = 5$.

8.12 $f(x) = -2x^2 + 7,\ x_0 = 6$.

8.13 $f(x) = 2x^2 + 6,\ x_0 = 7$.

8.14 $f(x) = 3x^2 + 5,\ x_0 = 8$.

8.15 $f(x) = 4x^2 + 4,\ x_0 = 9$.

8.16 $f(x) = 5x^2 + 3,\ x_0 = 8$.

8.17 $f(x) = 5x^2 + 1,\ x_0 = 7$.

8.18 $f(x) = 4x^2 - 1,\ x_0 = 6$.

8.19 $f(x) = 3x^2 - 2,\ x_0 = 5$.

8.20 $f(x) = 2x^2 - 3,\ x_0 = 4$.

8.21 $f(x) = -2x^2 - 4,\ x_0 = 3$.

8.22 $f(x) = -3x^2 - 5,\ x_0 = 2$.

8.23 $f(x) = -4x^2 - 6,\ x_0 = 1.$

8.24 $f(x) = -5x^2 - 7,\ x_0 = 1.$

8.25 $f(x) = -4x^2 - 8,\ x_0 = 2.$

8.26 $f(x) = -3x^2 - 9,\ x_0 = 3.$

8.27 $f(x) = -2x^2 + 9,\ x_0 = 4.$

8.28 $f(x) = 2x^2 + 8,\ x_0 = 5.$

8.29 $f(x) = 3x^2 + 7,\ x_0 = 6.$

8.30 $f(x) = 4x^2 + 6,\ x_0 = 7.$

8.31 $f(x) = 5x^2 + 5,\ x_0 = 8.$

9 нчы мәсьәлә. Функцияләр чикләмәләрен исәпләргә.

9.1. $\lim\limits_{x \to -1} \frac{(x^3-2x-1)(x+1)}{x^4+4x^2-5}$.

9.2. $\lim\limits_{x \to -1} \frac{x^3-3x-2}{x+x^2}$.

9.3. $\lim\limits_{x \to -1} \frac{(x^2+3x+2)^2}{x^3+2x^2-x-2}$.

9.4. $\lim\limits_{x \to 1} \frac{(2x^2-x-1)^2}{x^3+2x^2-x-2}$.

9.5. $\lim\limits_{x \to -3} \frac{(x^2+2x-3)^2}{x^3+4x^2+3x}$.

9.6. $\lim\limits_{x \to -1} \frac{(x^3-2x-1)^2}{x^4+2x+1}$.

9.7. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{(1+x)^3-(1+3x)}{x+x^5}$.

9.8. $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x^2-2x+1}{2x^2-x-1}$.

9.9. $\lim\limits_{x \to -1} \frac{x^3-3x-2}{x^2-x-2}$.

9.10. $\lim\limits_{x \to -1} \frac{x^3+5x^2+7x+3}{x^3+4x^2+5x+2}$.

9.11. $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x^3-3x+2}{x^3-x^2-x+1}$.

9.12. $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x^3+x^2-5x+3}{x^3-x^2-x+1}$.

9.13. $\lim\limits_{x \to -1} \frac{x^3+4x^2+5x+2}{x^3-3x-2}$.

9.14. $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x^4-1}{2x^4-x^2-1}$.

9.15. $\lim\limits_{x \to -2} \frac{x^3+5x^2+8x+4}{x^3+3x^2-4}$.

9.16. $\lim\limits_{x \to 2} \frac{x^3-5x^2+8x-4}{x^3-3x^2+4}$.

9.17. $\lim\limits_{x \to 2} \frac{x^3-6x^2+12x-8}{x^3-3x^2+4}$.

9.18. $\lim\limits_{x \to -2} \frac{x^3+5x^2+8x+4}{x^3+7x^2+16x+12}$.

9.19. $\lim\limits_{x \to -1} \frac{x^3-3x-2}{(x^2-x-2)^2}$.

9.20. $\lim\limits_{x \to 2} \frac{x^3-3x-2}{x-2}$.

9.21. $\lim\limits_{x \to -1} \frac{x^3-3x-2}{x^2+2x+1}$.

9.22. $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x^2-2x+1}{x^3-x^2-x+1}$.

9.23. $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x^4-1}{2x^4-x^2-1}$.

9.24. $\lim\limits_{x \to -1} \frac{x^2+3x+2}{x^3+2x^2-x-2}$.

9.25. $\lim\limits_{x \to 1} \frac{2x^2-x-1}{x^3+2x^2-x-2}$.

9.26. $\lim\limits_{x \to -3} \frac{x^2+2x-3}{x^3+4x^2+3x}$.

9.27. $\lim\limits_{x \to -1} \frac{x^3-2x-1}{x^4+2x+1}$.

9.28. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{(1+x)^3-(1+3x)}{x^2+x^5}$.

9.29. $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x^2-1}{2x^2-x-1}$.

9.30. $\lim\limits_{x \to -3} \frac{x^3+7x^2+15x+9}{x^3+8x^2+21x+18}$.

9.31. $\lim\limits_{x \to 3} \frac{x^3-4x^2-3x+18}{x^3-5x^2+3x+9}$.

10 нчы мәсьәлә. Функцияләр чикләмәләрен исәпләргә.

10.1 $\lim\limits_{x \to 4} \frac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2}$.

10.2. $\lim\limits_{x \to -8} \frac{\sqrt{1-x}-3}{2+\sqrt[3]{x}}$.

10.3 $\lim\limits_{x \to 1} \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt[3]{x^2-1}}$.

10.4 $\lim\limits_{x \to 3} \frac{\sqrt{x+13}-2\sqrt{x+1}}{x^2-9}$.

10.5 $\lim\limits_{x \to -2} \frac{\sqrt[3]{x-6}+2}{x^3+8}$.

10.6 $\lim\limits_{x \to 16} \frac{\sqrt[4]{x}-2}{\sqrt{x}-4}$.

10.7 $\lim\limits_{x \to 8} \frac{\sqrt{9+2x}-5}{\sqrt[3]{x}-2}$.

10.8 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt{1-2x+x^2}-(1+x)}{x}$.

10.9 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt[3]{8+3x+x^2}-2}{x+x^2}$.

10.10 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt[3]{27+x}-\sqrt[3]{27-x}}{x+2\sqrt[3]{x^4}}$.

10.11 $\lim\limits_{x \to 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt{1+x}-\sqrt{2x}}$.

10.12 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{1+x}-\sqrt[3]{1-x}}$.

10.13 $\lim\limits_{x \to 2} \frac{\sqrt[3]{4x}-2}{\sqrt{2+x}-\sqrt{2x}}$.

10.14 $\lim\limits_{x \to 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x^2-1}$.

10.15 $\lim\limits_{x \to 3} \frac{\sqrt[3]{9x}-3}{\sqrt{3+x}-\sqrt{2x}}$.

10.16 $\lim\limits_{x \to -2} \frac{\sqrt[3]{x-6}+2}{x+2}$.

10.17 $\lim\limits_{x \to 4} \frac{\sqrt[3]{16x}-4}{\sqrt{4+x}-\sqrt{2x}}$.

10.18 $\lim\limits_{x \to 8} \frac{\sqrt{9+2x}-5}{\sqrt[3]{x^2}-4}$.

10.19 $\lim\limits_{x \to \frac{1}{2}} \frac{\sqrt[3]{\frac{x}{4}}-\frac{1}{2}}{\sqrt{\frac{1}{2}+x}-\sqrt{2x}}$.

10.20 $\lim\limits_{x \to \frac{1}{3}} \frac{\sqrt[3]{\frac{x}{9}}-\frac{1}{3}}{\sqrt{\frac{1}{3}+x}-\sqrt{2x}}$.

10.21 $\lim\limits_{x \to \frac{1}{4}} \frac{\sqrt[3]{\frac{x}{16}}-\frac{1}{4}}{\sqrt{\frac{1}{4}+x}-\sqrt{2x}}$.

10.22 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt[7]{x}}$.

10.23 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt[3]{27+x}-\sqrt[3]{27-x}}{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[5]{x}}$.

10.24 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt[3]{8+3x-x^2}-2}{\sqrt[3]{x^2+x^3}}$.

10.25 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt{1-2x+3x^2}-(1+x)}{\sqrt[3]{x}}$.

10.26 $\lim\limits_{x \to 8} \frac{\sqrt{9+2x}-5}{\sqrt[3]{x}-2}$.

10.27 $\lim\limits_{x \to 16} \frac{\sqrt[4]{x}-2}{\sqrt[3]{(\sqrt{x}-4)^2}}$.

10.28 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{4x}{\operatorname{tg}(\pi(2+x))}$.

10.29 $\lim\limits_{x \to 4} \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt[3]{x^2-16}}$.

10.30 $\lim\limits_{x \to -8} \frac{10-x-6\sqrt{1-x}}{2+\sqrt[3]{x}}$.

10.31 $\lim\limits_{x \to 3} \frac{\sqrt{x+13}-2\sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x^2-9}}$.

11 нче мәсьәлә. Функцияләр чикләмәләрен исәпләргә.

11.1. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{ln(1+sin\, x)}{sin\, 4x}$.

11.2. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1-cos\, 10x}{e^{x^2}-1}$.

11.3 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{3x^2-5x}{sin\, 3x}$.

11.4 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1-cos\, 2x}{cos\, 7x-cos\, 3x}$.

11.5 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{4x}{\text{tg}(\pi(2+x))}$.

11.6 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{2x}{\text{tg}[2\pi(x+\frac{1}{2})]}$.

11.7 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1-cos^3 x}{4x^2}$.

11.8 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{arcsin\, 3x}{\sqrt{2+x}-\sqrt{2}}$.

11.9 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{2^x-1}{ln(1+2x)}$.

11.10 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{arctg2x}{sin(2\pi(x+10))}$.

11.11 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{ln(1-7x)}{sin(\pi(x+7))}$.

11.12 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{cos(x+\frac{5\pi}{2})tgx}{arcsin\, 2x^2}$.

11.13 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{9\, ln(1-2x)}{4arctg3x}$.

11.14 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1-\sqrt{3x+1}}{cos[\frac{\pi(x+1)}{2}]}$.

11.15 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{sin\, 7x}{x^2+\pi x}$.

11.16 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt{4+x}-2}{3arctgx}$.

11.17 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{2\, sin[\pi(x+1)]}{ln(1+2x)}$.

11.18 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{cos\, 2x-cos\, x}{1-cos\, x}$.

11.19 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{sin[\pi(x+2)]}$.

11.20 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{sin[5(x+\pi)]}{e^{3x}-1}$.

11.21 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1-\sqrt{cos\, x}}{x\, sin\, x}$.

11.22 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{arcsin\, 2x}{2^{-3x}-1}\, ln\, 2$.

11.23 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^{4x}-1}{sin(\pi(\frac{x}{2}+1))}$.

11.24 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1-cos\, x}{(e^{3x}-1)^2}$.

11.25 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{sin^2 x-tg^2 x}{x^4}$.

11.26 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{arcsin\, 2x}{ln(e-x)-1}$.

11.27 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{tgx-sin\, x}{x(1-cos\, 2x)}$.

11.28 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{ln(x^2+1)}{1-\sqrt{x^2+1}}$.

11.29 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{tg(\pi(1+\frac{x}{2}))}{ln(x+1)}$.

11.30 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{2(e^{\pi x}-1)}{3(\sqrt[3]{1+x}-1)}$.

11.31 $\lim\limits_{x \to 0} \frac{2x\, sin\, x}{1-cos\, x}$.

12 нче мәсьәлә. Функцияләр чикләмәләрен исәпләргә.

12.1. $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x^2-1}{ln\, x}$.

12.2. $\lim\limits_{x \to 1} \frac{\sqrt{x^2-x+1}-1}{ln\, x}$.

12.3 $\lim\limits_{x \to \pi} \frac{1+\cos 3x}{\sin^2 7x}$.

12.4 $\lim\limits_{x \to \pi/4} \frac{1-\sin 2x}{(\pi-4x)^2}$.

12.5 $\lim\limits_{x \to 1} \frac{1+\cos \pi x}{\mathrm{tg}^2 \pi x}$.

12.6 $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{\mathrm{tg}3x}{\mathrm{tg}x}$.

12.7 $\lim\limits_{x \to \pi} \frac{\sin^2 x - \mathrm{tg}^2 x}{(x-\pi)^4}$.

12.8 $\lim\limits_{x \to 1} \frac{\sqrt{x^2-x+1}-1}{\mathrm{tg}\pi x}$.

12.9 $\lim\limits_{x \to \pi} \frac{\cos 5x - \cos 3x}{\sin^2 x}$.

12.10 $\lim\limits_{x \to 2\pi} \frac{\sin 7x - \sin 3x}{e^{x^2} - e^{4\pi^2}}$.

12.11 $\lim\limits_{x \to 2} \frac{\sin 7\pi x}{\sin 8\pi x}$.

12.12 $\lim\limits_{x \to 2} \frac{\ln(5-2x)}{\sqrt{10-3x}-2}$.

12.13 $\lim\limits_{x \to 1} \frac{\sqrt{x^2-3x+3}-1}{\sin \pi x}$.

12.14 $\lim\limits_{x \to \pi} \frac{x^2-\pi^2}{\sin x}$.

12.15 $\lim\limits_{x \to 1} \frac{3^{5x-3}-3^{2x^2}}{\mathrm{tg}\pi x}$.

12.16 $\lim\limits_{x \to 4} \frac{2^x-16}{\sin \pi x}$.

12.17 $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{\ln 2x - \ln \pi}{\sin(\frac{5x}{2)\cos x}}$.

12.18 $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{\ln tgx}{\cos 2x}$.

12.19 $\lim\limits_{x \to \pi} \frac{e^{\pi}-e^{x}}{\sin 5x - \sin 3x}$.

12.20 $\lim\limits_{x \to 2} \frac{\ln(9-2x^2)}{\sin 2\pi x}$.

12.21 $\lim\limits_{x \to 2} \frac{1-2^{4-x^2}}{2(\sqrt{2x}-\sqrt{3x^2-5x+2})}$.

12.22 $\lim\limits_{x \to 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[4]{x}-1}$.

12.23 $\lim\limits_{x \to -2} \frac{\mathrm{tg}\pi x}{x+2}$.

12.24 $\lim\limits_{x \to \pi} \frac{1-\sin(\frac{x}{2})}{\pi-x}$.

12.25 $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{3}} \frac{1-2\cos x}{\pi-3x}$.

12.26 $\lim\limits_{x \to 2} \frac{\mathrm{arctg}(x^2-2x)}{\sin 3\pi x}$.

12.27 $\lim\limits_{x \to \frac{1}{2}} \frac{(2x-1)^2}{e^{\sin \pi x} - e^{-\sin 3\pi x}}$.

12.28 $\lim\limits_{x \to 1} \frac{\cos(\frac{\pi x}{2})}{1-\sqrt{x}}$.

12.29 $\lim\limits_{x \to 1} \frac{3-\sqrt{10-x}}{\sin 3\pi x}$.

12.30 $\lim\limits_{x \to \pi} \frac{\sin 5x}{\mathrm{tg}3x}$.

12.31 $\lim\limits_{x \to \pi} \frac{\cos 3x - \cos x}{\mathrm{tg}^2 2x}$.

13 нче мәсьәлә. Функцияләр чикләмәләрен исәпләргә.

13.1. $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{2^{\cos^2 x}-1}{\ln \sin x}$.

13.2. $\lim\limits_{x \to \frac{1}{2}} \frac{(2x-1)^2}{e^{\sin \pi x} - e^{-\sin 3\pi x}}$.

13.3 $\lim\limits_{x \to 2} \frac{\ln\left(x-\sqrt[3]{2x-3}\right)}{\sin\left(\frac{\pi x}{2}\right) - \sin[(x-1)\pi]}$.

13.4. $\lim\limits_{x \to 2} \frac{tg\,x - tg\,2}{\sin \ln(x-1)}$.

13.5. $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{e^{tg\,2x} - e^{-\sin 2x}}{\sin x - 1}$.

13.6. $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{6}} \frac{ln\sin 3x}{(6x-\pi)^2}$.

13.7. $\lim\limits_{x \to 3} \frac{\sin\left(\sqrt{2x^2-3x-5} - \sqrt{1+x}\right)}{ln(x-1) - ln(x+1) + ln\,2}$.

13.8. $\lim\limits_{x \to 2\pi} \frac{(x-2\pi)^2}{tg(\cos x - 1)}$.

13.9. $\lim\limits_{x \to \frac{1}{2}} \frac{ln(4x-1)}{\sqrt{1-\cos \pi x} - 1}$.

13.10 $\lim\limits_{x \to -2} \frac{arcsin\frac{(x+2)}{2}}{3\sqrt{2+x+x^2} - 9}$.

13.11 $\lim\limits_{x \to 3} \frac{2^{\sin \pi x} - 1}{ln(x^3 - 6x - 8)}$.

13.12 $\lim\limits_{x \to \pi} \frac{lncos\,2x}{(1-\frac{\pi}{x})^2}$.

13.13 $\lim\limits_{x \to 2} \frac{\text{tg}\, ln(3x-5)}{e^{x+3} - e^{x^2+1}}$.

13.14 $\lim\limits_{x \to 2\pi} \frac{lncos\,x}{3^{\sin 2x} - 1}$.

13.15 $\lim\limits_{x \to 1} \frac{\sqrt[3]{1+ln^2 x} - 1}{1+\cos \pi x}$.

13.16 $\lim\limits_{x \to \pi} \frac{cos(\frac{x}{2})}{e^{\sin x} - e^{\sin 4x}}$.

13.17 $\lim\limits_{x \to 3} \frac{ln(2x-5)}{e^{\sin \pi x} - 1}$.

13.18 $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{3}} \frac{e^{\sin^2 6x} - e^{\sin^2 3x}}{log_3 \cos 6x}$.

13.19 $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{e^{\sin 2x} - e^{tg2x}}{ln(\frac{2x}{\pi})}$.

13.20 $\lim\limits_{x \to -2} \frac{\text{tg}(e^{x+2} - e^{x^2-4})}{\text{tg}x + \text{tg}2}$.

13.21 $\lim\limits_{x \to 1} \frac{\sqrt{2^x+7} - \sqrt{2^{x+1}+5}}{x^3 - 1}$.

13.22 $\lim\limits_{x \to \pi} \frac{ln(2+\cos x)}{(3^{\sin x} - 1)^2}$.

13.23 $\lim\limits_{x \to \pi} \frac{(x^3 - \pi^3)\sin 5x}{e^{\sin^2 x} - 1}$.

13.24 $\lim\limits_{x \to -1} \frac{tg(x+1)}{e^{\sqrt[3]{x^3-4x^2+6}} - e}$.

13.25 $\lim\limits_{x \to \pi} \frac{lncos\,2x}{lncos\,4x}$.

13.26 $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{ln\sin x}{(2x-\pi)^2}$.

13.27 $\lim\limits_{x \to \text{a}} \frac{a^{x^2} - a^2 - 1}{tg\, ln(\frac{x}{a})}$.

13.28 $\lim\limits_{x \to -3} \frac{\sin(e^{\frac{\sqrt[3]{1-x^2}}{2}} - e^{\sqrt[3]{x+2}})}{\text{arctg}(x+3)}$.

13.29 $\lim\limits_{x \to \text{a}\pi} \frac{ln(\cos(\frac{x}{a}) + 2)}{a^{a^2 \frac{\pi^2}{x^2 - a\frac{\pi}{x}}} - a^{a\frac{\pi}{x-1}}}$.

13.30 $\lim\limits_{x \to \pi} \frac{\text{tg}(3^{\frac{\pi}{x}} - 3)}{3^{\cos(\frac{3x}{2})} - 1}$.

13.31 $\lim\limits_{x \to \pi} \frac{\sin(\frac{x^2}{\pi})}{2^{\sqrt{\sin x + 1}} - 2}$.

14 нче мәсьәлә. Функцияләр чикләмәләрен исәпләргә.

14.1. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{7^{2x} - 5^{3x}}{2x - arctg\,3x}$.

14.2. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^{3x} - e^{-2x}}{2\,arcsin\,x - \sin x}$.

14.3. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{6^{2x} - 7^{-2x}}{\sin 3x - 2x}$.

14.4. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^{5x} - e^{3x}}{\sin 2x - \sin x}$.

14.5. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{3^{2x}-5^{3x}}{arctg\, x+x^3}$.

14.6. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^{2x}-e^{3x}}{arctg\, x-x^2}$.

14.7. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{3^{5x}-2^{x}}{x-sin\, 9x}$.

14.8. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^{4x}-e^{-2x}}{2\, arctg\, x-sin\, x}$.

14.9. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{12^{x}-5^{-3x}}{2\, arcsin\, x-x}$.

14.10. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^{7x}-e^{-2x}}{sin\, x-2x}$.

14.11. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{3^{5x}-2^{7x}}{arcsin\, 2x-x}$.

14.12. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^{5x}-e^{x}}{arcsin\, x+x^3}$.

14.13. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{4^{x}-2^{7x}}{\mathrm{tg}3x-x}$.

14.14. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^{x}-e^{-x}}{\mathrm{tg}2x-sin\, x}$.

14.15. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{10^{2x}-7^{-x}}{2\mathrm{tg}x-arctg\, x}$.

14.16. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^{2x}-e^{x}}{sin\, 3x-sin\, 5x}$.

14.17. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{7^{3x}-3^{2x}}{\mathrm{tg}x+x^3}$.

14.18. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^{4x}-e^{2x}}{2\mathrm{tg}x-sin\, x}$.

17.19. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{3^{2x}-7^{x}}{arcsin\, 3x-5x}$.

14.20. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^{2x}-e^{-5x}}{2\, sin\, x-\mathrm{tg}x}$.

14.21. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{4^{5x}-9^{-2x}}{sin\, x-\mathrm{tg}x^3}$.

14.22. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^{3x}-e^{2x}}{sin\, 3x-\mathrm{tg}2x}$.

14.23. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{5^{2x}-2^{3x}}{sin\, x+sin\, x^2}$.

14.24. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^{x}-e^{3x}}{sin\, 3x-\mathrm{tg}2x}$.

14.25. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{9^{x}-2^{3x}}{arctg\, 2x-7x}$.

14.26. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^{x}-e^{-2x}}{x+sin\, x^2}$.

14.27. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{3^{5x}-2^{-7x}}{2x-\mathrm{tg}x}$.

14.28. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^{2x}-e^{x}}{sin\, 2x-sin\, x}$.

14.29. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^{2x}-e^{x}}{x+\mathrm{tg}x^2}$.

14.30. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{2^{3x}-3^{2x}}{x+arcsin\, x^3}$.

14.31. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{2^{3x}-3^{5x}}{sin\, 7x-2x}$.

15 нче мәсьәлә. Функцияләр чикләмәләрен табарга.

15.1. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^{x}+e^{-x}-2}{sin^2\, x}$.

15.2. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1+x\, sin\, x-cos\, 2x}{sin^2\, x}$.

15.3. $\lim\limits_{x \to -1} \frac{x^3+1}{sin(x+1)}$.

15.4. $\lim\limits_{x \to \mathrm{a}} \frac{\mathrm{tg}x-\mathrm{tg}a}{ln\, x-ln\, a}$.

15.5. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt{1+\mathrm{tg}x}-\sqrt{1+sin\, x}}{x^3}$.

15.6. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^{\alpha x}-e^{\beta x}}{sin\, \alpha x-sin\, \beta x}$.

15.7. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt{1+x\, sin\, x}-1}{e^{x^2}-1}$.

15.8. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{x^2(e^{x}-e^{-x})}{e^{x^3+1}-e}$.

15.9. $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{3}} \frac{1-2\cos x}{\sin(\pi-3x)}$.

15.10. $\lim\limits_{x \to 1} \frac{1-x^2}{\sin \pi x}$.

15.11. $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x-\cos x}{\ln tgx}$.

15.12. $\lim\limits_{x \to b} \frac{a^x-a^b}{x-b}$.

15.13. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1-\cos 2x+\mathrm{tg}^2 x}{x \sin 3x}$.

15.14. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin 2x-2\sin x}{x \ln\cos 5x}$.

15.15. $\lim\limits_{h \to 0} \frac{\ln(x+h)+\ln(x-h)-2\ln x}{h^2}$, $x > 0$.

15.16. $\lim\limits_{x \to 1} \frac{1-x}{\log_2 x}$.

15.17. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^{\sin 2x}-e^{\sin x}}{\mathrm{tg}x}$.

15.18. $\lim\limits_{x \to 1} \frac{2^x-2}{\ln x}$.

15.19. $\lim\limits_{h \to 0} \frac{\sin(x+h)-\sin(x-h)}{h}$.

15.20. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}{\sin 3x}$.

15.21. $\lim\limits_{h \to 0} \frac{a^{x+h}+a^{x-h}-2a^x}{h^2}$.

15.22. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{1-\sqrt{\cos x}}{1-\cos\sqrt{x}}$.

15.23. $\lim\limits_{x \to 3} \frac{\sqrt[3]{5+x}-2}{\sin \pi x}$.

15.24. $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{6}} \frac{2\sin^2 x+\sin x-1}{2\sin^2 x-3\sin x+1}$.

15.25. $\lim\limits_{x \to 10} \frac{lg\, x-1}{\sqrt{x-9}-1}$.

15.26. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{3^{x+1}-3}{\ln\left(1+x\sqrt{1+xe^x}\right)}$.

15.27. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt{\cos x}-1}{\sin^2 2x}$.

15.28. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin bx-\sin ax}{\ln\left(\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{4}+ax\right)\right)}$.

15.29. $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{1-\sin^3 x}{\cos^2 x}$.

15.30. $\lim\limits_{x \to 3} \frac{\log_3 x-1}{\mathrm{tg}\pi x}$.

15.31. $\lim\limits_{x \to 1} \frac{e^x-e}{\sin(x^2-1)}$.

16 нчы мәсьәлә. Функцияләр чикләмәләрен исәпләргә.

16.1. $\lim\limits_{x \to 0}(1-\ln(1+x^3))^{\frac{3}{(x^2 \arcsin x)}}$.

16.2. $\lim\limits_{x \to 0}\left(\cos\sqrt{x}\right)^{\frac{1}{x}}$.

16.3. $\lim\limits_{x \to 0}\left(\frac{1+x\cdot 2^x}{1+x\cdot 3^x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$.

16.4. $\lim\limits_{x \to 0}\left(2-3^{\mathrm{arctg}^2\sqrt{x}}\right)^{\frac{2}{\sin x}}$.

16.5. $\lim\limits_{x \to 0}\left(\frac{1+\sin x\cos\alpha x}{1+\sin x\cos\beta x}\right)^{\mathrm{ctg}^3 x}$.

16.6. $\lim\limits_{x \to 0}\left(5-\frac{4}{\cos x}\right)^{\frac{1}{\sin^2 3x}}$.

16.7. $\lim\limits_{x \to 0}\left(1-\ln\left(1+\sqrt[3]{x}\right)\right)^{\frac{x}{\sin^4\sqrt[3]{x}}}$.

16.8. $\lim\limits_{x \to 0}\left(2-e^{\arcsin^2\sqrt{x}}\right)^{\frac{3}{x}}$.

16.9. $\lim\limits_{x \to 0}(\cos\pi x)^{\frac{1}{(x\sin\pi x)}}$.

16.10. $\lim\limits_{x \to 0}(1+\sin^2 3x)^{\frac{1}{\ln\cos x}}$.

16.11. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\text{tg}\left(\frac{\pi}{4} - x\right)\right)^{\text{ctg}x}$.

16.12. $\lim\limits_{x \to 0} (1 - x\sin^2 x)^{\frac{1}{\ln(1+\pi x^3)}}$.

16.13. $\lim\limits_{x \to 0} \left(2 - 5^{arcsin\, x^3}\right)^{\frac{(cos\, ec^2 x)}{x}}$.

16.14. $\lim\limits_{x \to 0} (2 - cos\, 3x)^{\frac{1}{\ln(1+x^2)}}$.

16.15. $\lim\limits_{x \to 0} \left(2 - e^{\sin x}\right)^{\text{ctg}\pi x}$.

16.16. $\lim\limits_{x \to 0} (cos\, x)^{\frac{1}{\ln(1+\sin^2 x)}}$.

16.17. $\lim\limits_{x \to 0} \left(2 - e^{x^2}\right)^{\frac{1}{\ln\left(1+\text{tg}^2\left(\frac{\pi x}{3}\right)\right)}}$.

16.18. $\lim\limits_{x \to 0} (3 - 2\cos x)^{-\text{cosec}^2 x}$.

16.19. $\lim\limits_{x \to 0} \left(2 - 3^{\sin^2 x}\right)^{\frac{1}{\ln\cos x}}$.

16.20. $\lim\limits_{x \to 0} \sqrt[x^2]{2 - \cos x}$.

16.21. $\lim\limits_{x \to 0} \left(6 - \frac{5}{\cos x}\right)^{\text{ctg}^2 x}$.

16.22. $\lim\limits_{x \to 0} \left(3 - \frac{2}{\cos x}\right)^{\text{cosec}^2 x}$.

16.23. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{1+\sin x \cos 2x}{1+\sin x \cos 3x}\right)^{\frac{1}{\sin x^3}}$.

16.24. $\lim\limits_{x \to 0} \left(2 - e^{x^2}\right)^{\frac{1}{(1-\cos \pi x)}}$.

16.25. $\lim\limits_{x \to 0} \left(1 + ln\frac{1}{3}\text{arctg}^6\sqrt{x}\right)^{\frac{1}{x^3}}$.

16.26. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{1+\text{tg}x \cos 2x}{1+\text{tg}x \cos 5x}\right)^{\frac{1}{x^3}}$.

16.27. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{1+x\cdot 3^x}{1+x\cdot 7^x}\right)^{\frac{1}{\text{tg}^2 x}}$.

16.28. $\lim\limits_{x \to 0} (1 + \text{tg}^2 x)^{\frac{1}{\ln(1+3x^2)}}$.

16.29. $\lim\limits_{x \to 0} (1 - ln\cos x)^{\frac{1}{\text{tg}^2 x}}$.

16.30. $\lim\limits_{x \to 0} \left(1 - \sin^2 \frac{x}{2}\right)^{\frac{1}{\ln(1+\text{tg}^2 3x)}}$.

16.31. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{1+x^2\cdot 2^x}{1+x^2\cdot 5^x}\right)^{\frac{1}{\sin^3 x}}$.

17 нче мәсьәлә. Функцияләр чикләмәләрен исәпләргә.

17.1. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{\sin 2x}{x}\right)^{1+x}$.

17.2. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{2+x}{3-x}\right)^{x}$.

17.3. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{\sin 4x}{x}\right)^{\frac{2}{(x+2)}}$.

17.4. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{e^{3x}-1}{x}\right)^{cos^2\left(\frac{\pi}{4}+x\right)}$.

17.5. $\lim\limits_{x \to 0} (cos\, x)^{x+3}$.

17.6. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{x^2+4}{x+2}\right)^{x^2+3}$.

17.7. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{ln(1+x)}{6x}\right)^{\frac{x}{(x+2)}}$.

17.8. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{\text{tg}4x}{x}\right)^{2+x}$.

17.9. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{e^{x^3}-1}{x^2}\right)^{\frac{(8x+3)}{(1+x)}}$.

17.10. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{x+2}{x+4}\right)^{cos\, x}$.

17.11. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{\sin 6x}{2x}\right)^{2+x}$.

17.12. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{e^{x^2}-1}{x^2}\right)^{\frac{6}{(1+x)}}$.

17.13. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{\sin 2x}{\sin 3x}\right)^{x^2}$.

17.14. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\mathrm{tg}\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\right)^{x+2}$.

17.15. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{x^3+8}{3x^2+10}\right)^{x+2}$.

17.16. $\lim\limits_{x \to 0} (sin(x+2))^{\frac{3}{(3+x)}}$.

17.17. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{2^{2x}-1}{x}\right)^{x+1}$.

17.18. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{x^4+5}{x+10}\right)^{\frac{4}{(x+2)}}$.

17.19. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{11x+8}{12x+1}\right)^{cos^2 x}$.

17.20. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{x^3+1}{x^3+8}\right)^{\frac{2}{(x+1)}}$.

17.21. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{ln(1+x^2)}{x^2}\right)^{\frac{3}{(x+8)}}$.

17.22. $\lim\limits_{x \to 0} \left(cos\frac{x}{\pi}\right)^{1+x}$.

17.23. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{arcsin\, x}{x}\right)^{\frac{2}{(x+5)}}$.

17.24. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{arc\, \mathrm{tg}3x}{x}\right)^{x+2}$.

17.25. $\lim\limits_{x \to 0} (e^x + x)^{cos\, x^4}$.

17.26. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{\sin 5x^2}{\sin x}\right)^{\frac{1}{(x+6)}}$.

17.27. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{4}-x\right)\right)^{\frac{(e^x-1)}{x}}$.

17.28. $\lim\limits_{x \to 0} \left(6-\frac{5}{cos\, x}\right)^{\mathrm{tg}^2 x}$.

17.29. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{1+8x}{2+11x}\right)^{\frac{1}{(x^2+1)}}$.

17.30. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{arcsin^2 x}{arcsin^2 4x}\right)^{2x+1}$.

17.31. $\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{x^3+4}{x^3+9}\right)^{\frac{1}{(x+2)}}$.

18 нче мәсьәлә. Функцияләр чикләмәләрен исәпләргә.

18.1. $\lim\limits_{x \to 1} \left(\frac{3x-1}{x+1}\right)^{\frac{1}{\left(\sqrt[3]{x}-1\right)}}$.

18.2. $\lim\limits_{x \to a} \left(\frac{\sin x}{\sin a}\right)^{\frac{1}{(x-a)}}$.

18.3. $\lim\limits_{x \to 1} \left(\frac{2x-1}{x}\right)^{\frac{1}{\left(\sqrt[3]{x}-1\right)}}$.

18.4. $\lim\limits_{x \to 2} \left(\frac{cos\, x}{cos\, 2}\right)^{\frac{1}{(x-2)}}$.

18.5. $\lim\limits_{x \to 8} \left(\frac{2x-7}{x+1}\right)^{\frac{1}{\left(\sqrt[3]{x}-2\right)}}$.

18.6. $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{4}} (\mathrm{tg}x)^{\frac{1}{cos\left(\frac{3\pi}{4}-x\right)}}$.

18.7. $\lim\limits_{x \to 1} \left(\frac{2x-1}{x}\right)^{\frac{1}{\left(\sqrt[5]{x}-1\right)}}$.

18.8. $\lim\limits_{x \to a} \left(2-\frac{x}{a}\right)^{\mathrm{tg}\frac{\pi x}{2a}}$.

18.9. $\lim\limits_{x \to 2\pi} (cos\, x)^{\frac{\text{ctg}2x}{sin\, 3x}}$.

18.10. $\lim\limits_{x \to 2\pi} (cos\, x)^{\frac{1}{sin^2 2x}}$.

18.11. $\lim\limits_{x \to 3} \left(\frac{6-x}{3}\right)^{\text{tg}\frac{\pi x}{6}}$.

18.12. $\lim\limits_{x \to 4\pi} (cos\, x)^{\frac{\text{ctg}x}{sin\, 4x}}$.

18.13. $\lim\limits_{x \to 1} (3-2x)^{\text{tg}\frac{\pi x}{2}}$.

18.14. $\lim\limits_{x \to 4\pi} (cos\, x)^{\frac{5}{\text{tg}5x\, sin\, 2x}}$.

18.15. $\lim\limits_{x \to 3} \left(\frac{9-2x}{3}\right)^{\text{tg}\frac{\pi x}{6}}$.

18.16. $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} (sin\, x)^{6\text{tg}x \cdot \text{tg}3x}$.

18.17. $\lim\limits_{x \to 1} (2e^{x-1}-1)^{\frac{x}{(x-1)}}$.

18.18. $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} \left(\text{tg}\frac{x}{2}\right)^{\frac{1}{\left(x-\frac{\pi}{2}\right)}}$.

18.19. $\lim\limits_{x \to 1} (2e^{x-1}-1)^{\frac{(3x-1)}{(x-1)}}$.

18.20. $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} (1+cos\, 3\, x)^{sec\, x}$.

18.21. $\lim\limits_{x \to 2} (2e^{x-2}-1)^{\frac{(3x+2)}{(x-2)}}$.

18.22. $\lim\limits_{x \to 1} \left(\frac{sin(x-1)}{x-1}\right)^{\frac{sin(x-1)}{x-1-sin(x-1)}}$.

18.23. $\lim\limits_{x \to 1} \left(\frac{2-x}{x}\right)^{\frac{1}{ln(2-x)}}$.

18.24. $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} \left(\text{ctg}\frac{x}{2}\right)^{\frac{1}{cos\, x}}$.

18.25. $\lim\limits_{x \to 1} (2-x)^{\frac{sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)}{ln(2-x)}}$.

18.26. $\lim\limits_{x \to 3} \left(\frac{sin\, x}{sin\, 3}\right)^{\frac{1}{(x-3)}}$.

18.27. $\lim\limits_{x \to 1} \left(\frac{x+1}{2x}\right)^{\frac{ln(x+2)}{ln(2-x)}}$.

18.28. $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} (sin\, x)^{\frac{18\, sin\, x}{\text{ctg}x}}$.

18.29. $\lim\limits_{x \to 1} \left(\frac{1}{x}\right)^{\frac{ln(x+1)}{ln(2-x)}}$.

18.30. $\lim\limits_{x \to \pi} \left(\text{ctg}\frac{x}{4}\right)^{\frac{1}{cos\left(\frac{x}{2}\right)}}$.

18.31. $\lim\limits_{x \to 1} \left(\frac{2x-1}{x}\right)^{\frac{ln(3+2x)}{ln(2-x)}}$.

19 нчы мәсьәлә. Функцияләр чикләмәләрен табарга.

19.1. $\lim\limits_{x \to e} \left(\frac{ln\, x-1}{x-e}\right)^{sin\frac{\pi}{2e}x}$.

19.2. $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{4}} (\text{tg}x)^{ctg\, x}$.

19.3. $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{4}} \left(\frac{ln\, tgx}{1-\text{ctg}x}\right)^{\frac{1}{\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}}$.

19.4. $\lim\limits_{x \to 2} (sin\, x)^{\frac{3}{(1+x)}}$.

19.5. $\lim\limits_{x \to 2} \left(\frac{sin\, 3\pi x}{sin\, \pi x}\right)^{sin^2(x-2)}$.

19.6. $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{6}} (sin\, x)^{\frac{6x}{\pi}}$.

19.7. $\lim\limits_{x \to 3} \left(2 - \frac{x}{3}\right)^{\sin \pi x}$.

19.8. $\lim\limits_{x \to 1} \left(\frac{1+x}{2+x}\right)^{\frac{(1-x^2)}{(1-x)}}$.

19.9. $\lim\limits_{x \to 1} (1 + e^x)^{\frac{\sin \pi x}{1-x}}$.

19.10. $\lim\limits_{x \to 1} \left(\frac{\text{tg}9\pi x}{\sin 4\pi x}\right)^{\frac{x}{(x+1)}}$.

19.11. $\lim\limits_{x \to 3} \left(\frac{arcsin(x-3)}{\sin 3\pi x}\right)^{x^2-8}$.

19.12. $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{4}} (\sin 2x)^{\frac{x^2-\frac{\pi^2}{16}}{x-\frac{\pi}{4}}}$.

19.13. $\lim\limits_{x \to 1} \left(\text{arctg}\frac{x-\frac{3}{4}}{(x-1)^2}\right)^{x+1}$.

19.14. $\lim\limits_{x \to \pi} \left(\text{ctg}\frac{x}{4}\right)^{\sin(x-\pi)}$.

19.15. $\lim\limits_{x \to a} \left(\frac{\sin x - \sin a}{x-a}\right)^{\frac{x^2}{a^2}}$.

19.16. $\lim\limits_{x \to 2} \left(\frac{\sqrt{x+2}-2}{x^2-4}\right)^{\frac{1}{x}}$.

19.17. $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{4}} (\sin x + \cos x)^{\frac{1}{\text{tg}x}}$.

19.18. $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{8}} (\text{tg}2x)^{\sin\left(\frac{\pi}{8}+x\right)}$.

19.19. $\lim\limits_{x \to 1} (arcsin\, x)^{\text{tg}\pi x}$.

19.20. $\lim\limits_{x \to \pi} (x + \sin x)^{\sin x + x}$.

19.21. $\lim\limits_{x \to 1} (ln^2\, e\, x)^{\frac{1}{(x^2+1)}}$.

19.22. $\lim\limits_{x \to 1} \left(\sqrt{x} + 1\right)^{\frac{\pi}{\text{arctg}x}}$.

19.23. $\lim\limits_{x \to 1} \left(\frac{x^3-1}{x-1}\right)^{\frac{1}{x^2}}$.

19.24. $\lim\limits_{x \to 1} \left(\frac{e^{\sin \pi x}-1}{x-1}\right)^{x^2+1}$.

19.25. $\lim\limits_{x \to 2} (\cos \pi x)^{\text{tg}(x-2)}$.

19.26. $\lim\limits_{x \to \frac{1}{2}} (arcsin\, x + arccos\, x)^{\frac{1}{x}}$.

19.27. $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} (\cos x + 1)^{\sin x}$.

19.28. $\lim\limits_{x \to 1} \left(\sqrt[3]{x} + x - 1\right)^{\sin\left(\frac{\pi x}{4}\right)}$.

19.29. $\lim\limits_{x \to 1} \left(\frac{x^2+2x-3}{x^2+4x-5}\right)^{\frac{1}{(2-x)}}$.

19.30. $\lim\limits_{x \to 1} \left(\frac{1+\cos \pi x}{\text{tg}^2 \pi x}\right)^{x^2}$.

19.31. $\lim\limits_{x \to 1} \left(\frac{e^{2x}-e^2}{x-1}\right)^{x+1}$.

20 нче мәсьәлә. Функция яки санлы эзлеклелек чикләмәсен табарга.

20.1. $\lim\limits_{x \to 0} \sqrt{4 \cos 3x + x\, arctg\left(\frac{1}{x}\right)}$.

20.2. $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} \sqrt{3 \sin x + (2x - \pi) \sin \frac{x}{2x-\pi}}$.

20.3. $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{2n-\sin n}{\sqrt{n}-\sqrt[3]{n^3-7}}$.

20.4. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\mathrm{tg}x \cos\left(\frac{1}{x}\right)+lg(2+x)}{lg(4+x)}$.

20.5. $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{e^{\frac{1}{n}}+\sin\frac{n}{n^2+1}\cdot\cos n}{1+\cos\left(\frac{1}{n}\right)}$.

20.6. $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{\sqrt[4]{2+n^5}-\sqrt{2n^3+3}}{(n+\sin n)\sqrt{7n}}$.

20.7. $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt[3]{\mathrm{tg}x}+(4x-\pi)\cos\frac{x}{4x-\pi}}{lg(2+\mathrm{tg}x)}$.

20.8. $\lim\limits_{n \to \infty} \left(\sin\sqrt{n^2+1}\cdot \mathrm{arctg}\frac{n}{n^2+1}\right)$.

20.9. $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{n^2-\sqrt{3n^5-7}}{(n^2-n\cos n+1)\sqrt{n}}$.

20.10. $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{3\sin n+\sqrt{n-1}}{n+\sqrt{n+1}}$.

20.11. $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{(1-\cos n)\sqrt[3]{n}}{\sqrt{2n+1}-1}$.

20.12. $\lim\limits_{x \to 0} ln\left(2+\sqrt{arctg\,x\cdot\sin\frac{1}{x}}\right)$.

20.13. $\lim\limits_{x \to -2}\sqrt{\frac{1+\cos\pi x}{4+(x+2)\sin\frac{x}{x+2}}}$.

20.14. $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{n}{\sqrt[3]{n^4-3}+\sin n}$.

20.15. $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{\sqrt[3]{n^2+\cos n}+\sqrt{3n^2+2}}{\sqrt[5]{n^6+1}}$.

20.16. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt[3]{\mathrm{tg}x}\mathrm{arctg}\frac{1}{x}+3}{2-lg(1+\sin x)}$.

20.17. $\lim\limits_{x \to 0}\sqrt{arctg\,x\cdot\sin^2\frac{1}{x}+5\cos x}$.

20.18. $\lim\limits_{x \to 0}\sqrt{4\cos x+\sin\frac{1}{x}\cdot ln(1+x)}$.

20.19. $\lim\limits_{x \to 0}\sqrt{2\cos^2 x+(e^x-1)\sin\frac{1}{x}}$.

20.20. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{2+ln\left(e+x\sin\frac{1}{x}\right)}{\cos x+\sin x}$.

20.21. $\lim\limits_{x \to 0} ln\left[\left(e^{x^2} - cos\, x\right) cos\frac{1}{x} + \text{tg}\left(x + \frac{\pi}{3}\right)\right]$.

20.22. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{cos\, x + ln(1+x)\sqrt{2+cos\frac{1}{x}}}{2+e^x}$.

20.23. $\lim\limits_{x \to 1} \frac{cos\, 2\pi x}{2+\left(e^{\sqrt{x-1}}-1\right)\text{arctg}\frac{x+2}{x-1}}$.

20.24. $\lim\limits_{x \to 0}\sqrt{(e^{sin\, x} - 1)\, cos\frac{1}{x} + 4\, cos\, x}$.

20.25. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{cos(1+x)}{\left(2+sin\frac{1}{x}\right) ln(1+x)+2}$.

20.26. $\lim\limits_{x \to 2}\sqrt[3]{lg(x+2) + sin\sqrt{4-x^2}\, cos\frac{x+2}{x-2}}$.

20.27. $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{2+cos\, x\, sin\frac{2}{2x-\pi}}{3+2x\, sin\, x}$.

20.28. $\lim\limits_{x \to 1} \text{tg}\left(cos\, x + sin\frac{x-1}{x+1} cos\frac{x+1}{x-1}\right)$.

20.29. $\lim\limits_{x \to 0}\sqrt{x\left(2 + sin\frac{1}{x}\right) + 4\, cos\, x}$.

20.30. $\lim\limits_{x \to 1} \frac{sin\, x + sin\, \pi x \cdot \text{arctg}\frac{1+x}{1-x}}{1+cos\, x}$.

20.31. $\lim\limits_{n \to \infty} \frac{\sqrt{n^2+3n-1}+\sqrt[3]{2n^2+1}}{n+2\, sin\, n}$.

II. ДИФФЕРЕНЦИАЛЛАУ

Теоретик сораулар

1. Орынма турында мәсьәлә
2. Хәрәкәт тизлеге турында мәсьәлә
3. Хезмәт җитештерүчәнлеге турында мәсьәлә
4. Функция өзлексезлеге һәм дифференциалланучанлык нисбәте
5. Чыгарылма исәпләү схемасы
6. Дифференциаллау кагыйдәләре. Элементар функцияләр чыгарылмалары
7. Катлаулы функция чыгарылмасы

8. Элементар функцияләр чыгарылмалары
9. Югары дәрәҗәле чыгарылмалар
10. Чыгарылманың кулланылышы
11. Дифференциалланучы функцияләр өчен Коши теоремасы
12. Тейлор формуласы
13. Функцияләрнең үсүләре һәм кимүләре
14. Функция экстремумы
15. Функциянең кисемтәдәге иң зур һәм иң кечкенә кыйммәтләре
16. Функция тикшерү һәм график төзүнең гомуми схемасы
17. Функция дифференциалы
18. Дифференциал форма инвариантлыгы
19. Дифференциал ярдәмендә якынча исәпләүләр
20. Берничә үзгәрешле функцияләре
21. Ике үзгәрешлеле функциянең аерым чыгарылмалары
22. Ике үзгәрешле функция экстремумы

Теоретик күнегүләр

1. Чыгарылма билгеләмәсеннән чыгып, түбәндәгеләрне исбатларга:
   а) Периодик һәм дифференциалланучы функция чыгарылмасы периодик функция;
   б) Дифференциалланучы җөп функция чыгарылмасы так функция;
   в) Дифференциалланучы так функция чыгарылмасы җөп функция.
2. Әгәр $f(x)$ функциясе $x = 0$ ноктасында дифференциалланa һәм $f(0) = 0$икән, $f'(0) = \lim\limits_{x\to 0} \frac{f(x)}{x}$ булганын исбатларга.
3. $f'(0)$ чыгарылмасының күрсәтелгән функция өчен булмаганлыгын исбатларга

$$f(x) = \begin{cases} x\,sin\left(\frac{1}{x}\right), x \neq 0, \\ 0, \qquad\qquad x = 0. \end{cases}$$

4. $f(x)$ функциясе чыгарылмасы $x=0$ ноктасында өзек булуын исбатларга

$$f(x)=\begin{cases}x^2\,sin\left(\frac{1}{x}\right), x\neq 0,\\ 0, \qquad\quad x=0.\end{cases}$$

5. Якынча формуланы исбатларга

$$\sqrt{a^2+z}\approx a+\frac{z}{(2a)},\ a>0,\ |z|\ll a.$$

$f(x)+g(x)$ суммасының $x=x_0$ ноктасында дифференциалануы турында ни әйтергә мөмкин:

а) бу ноктада $f(x)$ дифференциалланa, ә $g(x)$ функциясе дифференциалланмый;

б) бу ноктада $f(x)$ һәм $g(x)$ функцияләре дифференциалланмый.

6. $f(x)$ функциясе x_0ноктасында дифференциаллансын һәм $f(x_0)\neq 0$, ә $g(x)$ бу ноктада дифференциалланмасын. $f(x)g(x)$ тапкырчыгышы x_0 ноктасында дифференциалланмаганлыгын исбатларга..

7. $f(x)g(x)$ тапкырчыгышының ноктада дифференциалануы турында ни әйтергә мөмкин? Мисаллар карарга.

а) $f(x)=x,\ g(x)=|x|,\ x_0=0;$

б) $f(x)=x,\ g(x)=\begin{cases}sin\left(\frac{1}{x}\right), x\neq 0,\\ 0, \qquad\quad x=0,\end{cases}\ x_0=0;$

в) $f(x)=|x|,\ g(x)=|x|,\ x_0=0;$

г) $f(x)=|x|,\ g(x)=|x|+1,\ x_0=0.$

8. $f'(0)$ ны табарга. $f(x)=x(x+1)\dots(x+1234567).$

9. $y[u(x)]$ катлаулы функциядән d^3y дифференциалын $y(u)$ функциясеннән чыгарылмалар һәм $u(x)$ функциясеннән дифференциаллар аша күрсәтергә.

10. $y(x)$ һәм $x(y)$ икеләтә дифференциалланучы үзара кире функөияләр булсын. x'' ны y' һәм y'' аша күрсәтергә.

Чишү өчен мәсьәләләр

1 нче мәсьәлә. Чыгарылма билгеләмәсе буенча $f'(0)$ ны табарга.

1.1. $f(x)=\begin{cases}\text{tg}\left(x^3+x^2\,sin\frac{2}{x}\right), & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.2. $f(x)=\begin{cases}arcsin\left(x^2\,cos\frac{1}{9x}\right)+\frac{2}{3}x, & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.3. $f(x)=\begin{cases}\text{arctg}\left(x\,cos\frac{1}{5x}\right), & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.4. $f(x)=\begin{cases}ln\left(1-sin\left(x^3\,sin\frac{1}{x}\right)\right), & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.5. $f(x)=\begin{cases}sin\left(x\,sin\frac{3}{x}\right), & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.6. $f(x)=\begin{cases}\sqrt{1+\ln\left(1+x^2\,sin\frac{1}{x}\right)}-1, & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.7. $f(x)=\begin{cases}sin\left(e^{x^2\,sin\frac{5}{x}}-1\right)+x, & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.8. $f(x)=\begin{cases}x^2\,cos\frac{4}{3x}+\frac{x^2}{2}, & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.9. $f(x)=\begin{cases}\text{arctg}\left(x^3-x^{\frac{3}{2}}\,sin\frac{1}{3x}\right), & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.10. $f(x)=\begin{cases}sin\,x\cdot cos\frac{5}{x}, & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.11. $f(x)=\begin{cases}x+arcsin\left(x^2\,sin\frac{6}{x}\right), & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.12. $f(x)=\begin{cases}\text{tg}\left(2^{x^2\,cos\left(\frac{1}{8x}\right)}-1+x\right), & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.13. $f(x)=\begin{cases}\text{arctg}x\cdot sin\frac{7}{x}, & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.14. $f(x)=\begin{cases}2x^2+x^2\cos\frac{1}{9x}, & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.15. $f(x)=\begin{cases}x^2\cos^2\frac{11}{x}, & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.16. $f(x)=\begin{cases}2x^2+x^2\cos\frac{1}{x}, & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.17. $f(x)=\begin{cases}\frac{\ln\cos x}{x}, & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.18. $f(x)=\begin{cases}6x+x\sin\frac{1}{x}, & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.19. $f(x)=\begin{cases}\frac{e^{x^2}-\cos x}{x}, & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.20. $f(x)=\begin{cases}e^{x\sin\frac{5}{x}}-1, & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.21. $f(x)=\begin{cases}3^{x^2\sin\frac{2}{x}}-1+2x, & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.22. $f(x)=\begin{cases}\sqrt{1+\ln\left(1+3x^2\cos\frac{2}{x}\right)}-1, & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.23. $f(x)=\begin{cases}e^{x\sin\frac{3}{5x}}-1, & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.24. $f(x)=\begin{cases}\frac{2^{\operatorname{tg}x}-2^{\sin x}}{x^2}, & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.25. $f(x)=\begin{cases}\operatorname{arctg}\left(\frac{3x}{2}-x^2\sin\frac{1}{x}\right), & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.26. $f(x)=\begin{cases}e^{\sin\left(x^{\frac{3}{2}}\sin\frac{2}{x}\right)}-1+x^2, & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.27. $f(x)=\begin{cases}\sqrt[3]{1-2x^3\sin\frac{5}{x}}-1+x, & x\neq 0;\\ 0, & x=0.\end{cases}$

1.28. $f(x)=\begin{cases} x^2 e^{|x|}\, sin\frac{1}{x^2}, & x\neq 0; \\ 0, & x=0. \end{cases}$

1.29. $f(x)=\begin{cases} \frac{ln(1+2x^2+x^3)}{x}, & x\neq 0; \\ 0, & x=0. \end{cases}$

1.30. $f(x)=\begin{cases} \frac{cos\, x-cos\, 3x}{x}, & x\neq 0; \\ 0, & x=0. \end{cases}$

1.31. $f(x)=\begin{cases} 1-cos\left(x\, sin\frac{1}{x}\right), & x\neq 0; \\ 0, & x=0. \end{cases}$

2 нче мәсьәлә. Бирелгән кәкрегә абсциссасы x_0 булган ноктада нормаль тигезләмәсен (2.1 – 2.12 вариантлар) яки орынма тигезләмәсен (2.13 – 2.31 вариантлар) төзергә.

2.1. $y=\frac{(4x-x^2)}{4}$, $x_0=2$.

2.2. $y=2x^2+3x-1$, $x_0=-2$.

2.3. $y=x-x^3$, $x_0=-1$.

2.4. $y=x^2+8\sqrt{x}-32$, $x_0=4$.

2.5. $y=x+\sqrt{x^3}$, $x_0=1$.

2.6. $y=\sqrt[3]{x^2}-20$, $x_0=-8$.

2.7. $y=\frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$, $x_0=4$.

2.8. $y=8\sqrt[4]{x}-70$, $x_0=16$.

2.9. $y=2x^2-3x+1$, $x_0=1$.

2.10. $y=\frac{(x^2-3x+6)}{x^2}$, $x_0=3$.

2.11. $y=\sqrt{x}-3\sqrt[3]{x}$, $x_0=64$.

2.12. $y=\frac{(x^3+2)}{(x^3-2)}$, $x_0=2$.

2.13. $y=2x^2+3$, $x_0=-1$.

2.14. $y=\frac{x^{29}+6}{x^4+1}$, $x_0=1$.

2.15. $y=2x+\frac{1}{x}$, $x_0=1$.

2.16. $y=\frac{-2(x^8+2)}{(3(x^4+1))}$, $x_0=1$.

2.17. $y=\frac{x^5+1}{x^4+1}$, $x_0=1$.

2.18. $y=\frac{x^{16}+9}{1-5x^2}$, $x_0=1$.

2.19. $y=3\left(\sqrt[3]{x}-2\sqrt{x}\right)$, $x_0=1$.

2.20. $y=\frac{1}{(3x+2)}$, $x_0=2$.

2.21. $y=\frac{x}{(x^2+1)}$, $x_0=-2$.

2.22. $y=\frac{(x^2-3x+3)}{3}$, $x_0=3$.

2.23. $y=\frac{2x}{(x^2+1)}$, $x_0=1$.

2.24. $y=-2\left(\sqrt[3]{x}+3\sqrt{x}\right)$, $x_0=1$.

2.25. $y=\frac{1+3x^2}{3+x^2}$, $x_0=1$.

2.26. $y=14\sqrt{x}-15\sqrt[3]{x}+2$, $x_0=1$

2.27. $y = 3\sqrt[4]{x} - \sqrt{x}, \;\; x_0 = 1.$

2.28. $y = \frac{(3x-2x^3)}{3}, \;\; x_0 = 1.$

2.29. $y = \frac{x^2}{10} + 3, \;\; x_0 = 2.$

2.30. $y = \frac{(x^2-2x-3)}{4}, \;\; x_0 = 4.$

2.31. $y = 6\sqrt[3]{x} - \frac{16\sqrt[4]{x}}{3}, \;\; x_0 = 1.$

3 нче мәсьәлә. dy дифференциалын табарга.

3.1. $y = x\,arcsin\left(\frac{1}{x}\right) + ln\left|x + \sqrt{x^2-1}\right|, \;\; x > 0.$

3.2. $y = tg\left(2\,arccos\sqrt{1-2x^2}\right), \;\; x > 0.$

3.3. $y = \sqrt{1+2x} - ln\left|x + \sqrt{1+2x}\right|.$

3.4. $y = x^2\,arctg\sqrt{x^2-1} - \sqrt{x^2-1}.$

3.5. $y = arccos\left(\frac{1}{\sqrt{1+2x^2}}\right), \;\; x > 0.$

3.6. $y = x\,ln\left|x + \sqrt{x^2+3}\right| - \sqrt{x^2+3}.$

3.7. $y = arctg(sh\,x) + (sh\,x)\,lnch\,x.$

3.8. $y = arccos\left(\frac{(x^2-1)}{(x^2\sqrt{2})}\right).$

3.9. $y = ln\left(cos^2 x + \sqrt{1+cos^4 x}\right).$

3.10. $y = ln\left(x + \sqrt{1+x^2}\right) - \sqrt{1+x^2}\,arctg\,x.$

3.11. $y = \frac{ln|x|}{1+x^2} - \frac{1}{2}ln\frac{x^2}{1+x^2}$

3.12. $y = ln\left(e^x + \sqrt{e^{2x}-1}\right) + arcsine^x.$

3.13. $y = x\sqrt{4-x^2} + a\,arcsin\left(\frac{x}{2}\right).$

3.14. $y = lntg\left(\frac{x}{2}\right) - \frac{x}{sin\,x}.$

3.15. $y = 2x + ln|sin\,x + 2\,cos\,x|.$

3.16. $y = \sqrt{ctg\,x} - \frac{\sqrt{tg^3\,x}}{3}.$

3.17. $y = ln\left|\frac{x+\sqrt{x^2+1}}{2x}\right|.$

3.18. $y = \sqrt[3]{\frac{x+2}{x-2}}.$

3.19. $y = arctg\frac{x^2-1}{x}$.

3.20. $y = ln|x^2 - 1| - \frac{1}{x^2-1}$.

3.21. $y = arctg\left(tg\frac{x}{2} + 1\right)$.

3.22. $y = ln\left|2x + 2\sqrt{x^2 + x} + 1\right|$.

3.23. $y = ln\left|cos\sqrt{x}\right| + \sqrt{x}\,tg\sqrt{x}$.

3.24. $y = e^x(cos\,2\,x + 2\,sin\,2\,x)$.

3.25. $y = x(sinln\,x - cosln\,x)$.

3.26. $y = \left(\sqrt{x-1} - \frac{1}{2}\right)e^{2\sqrt{x-1}}$.

3.27. $y = cos\,x \cdot lntg\,x - lntg\frac{x}{2}$.

3.28. $y = \sqrt{3 + x^2} - x\,ln\left|x + \sqrt{3 + x^2}\right|$.

3.29. $y = \sqrt{x} - (1 + x)\,arctg\sqrt{x}$.

3.30. $y = x\,arctg\,x - ln\sqrt{1 + x^2}$.

3.31. $y = x\sqrt{x^2 - 1} + ln\left|x + \sqrt{x^2 - 1}\right|$.

4 нче мәсьәлә. Дифференциал ярдәменә якынча исәпләргә.

4.1. $y = \sqrt[3]{x}$, $x = 7{,}76$.

4.2. $y = \sqrt[3]{x^3 + 7x}$, $x = 1{,}012$.

4.3. $y = \frac{\left(x+\sqrt{5-x^2}\right)}{2}$, $x = 0{,}98$.

4.4. $y = \sqrt[3]{x}$, $x = 27{,}54$.

4.5. $y = arcsin\,x$, $x = 0{,}08$.

4.6. $y = \sqrt[3]{x^2 + 2x + 5}$, $x = 0{,}97$.

4.7. $y = \sqrt[3]{x}$, $x = 26{,}46$.

4.8. $y = \sqrt{x^2 + x + 3}$, $x = 1{,}97$.

4.9. $y = x^{11}$, $x = 1{,}021$.

4.10. $y = \sqrt[3]{x}$, $x = 1{,}21$.

4.11. $y = x^{21}$, $x = 0{,}998$.

4.12. $y = \sqrt[3]{x^2}$, $x = 1{,}03$.

4.13. $y = x^6$, $x = 2{,}01$.

4.14. $y = \sqrt[3]{x}$, $x = 8{,}24$.

4.15. $y = x^7$, $x = 1{,}996$.

4.16. $y = \sqrt[3]{x}$, $x = 7{,}64$.

4.17. $y = \sqrt{4x - 1}$, $x = 2{,}56$.

4.18. $y = \frac{1}{\sqrt{2x^2+x+1}}$, $x = 1{,}016$.

4.19. $y = \sqrt[3]{x}$, $x = 8{,}36$.

4.20. $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$, $x = 4{,}16$.

4.21. $y = x^7,\ \ x = 2{,}002.$

4.22. $y = \sqrt{4x-3},\ \ x = 1{,}78.$

4.23. $y = \sqrt{x^3},\ \ x = 0{,}98.$

4.24. $y = x^5,\ \ x = 2{,}997.$

4.25. $y = \sqrt[5]{x^2},\ \ x = 1{,}03.$

4.26. $y = x^4,\ \ x = 3{,}998.$

4.27. $y = \sqrt{1 + x + sin\,x},\ \ x = 0{,}01.$

4.28. $y = \sqrt[3]{3x + cos\,x},\ \ x = 0{,}01.$

4.29. $y = \sqrt[4]{2x - sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)},\ \ x = 1{,}02.$

4.30. $y = \sqrt{x^2+5},\ \ x = 1{,}97.$

4.31. $y = \frac{1}{\sqrt{2x+1}},\ \ x = 1{,}58.$

5 нче мәсьәлә. Чыгарылманы табарга.

5.1. $y = \frac{2(3x^3+4x^2-x-2)}{15\sqrt{1+x}}.$

5.2. $y = \frac{(2x^2-1)\sqrt{1+x^2}}{3x^3}.$

5.3. $y = \frac{x^4-8x^2}{2(x^2-4)}.$

5.4. $y = \frac{2x^2-x-1}{3\sqrt{2+4x}}.$

5.5. $y = \frac{(1+x^8)\sqrt{1+x^8}}{12x^{12}}.$

5.6. $y = \frac{x^2}{2\sqrt{1-3x^4}}.$

5.7. $y = \frac{(x^2-6)\sqrt{(4+x^2)^3}}{120x^5}.$

5.8. $y = \frac{(x^2-8)\sqrt{x^2-8}}{6x^3}.$

5.9. $y = \frac{4+3x^3}{x^3\sqrt{(2+x^3)^2}}.$

5.10. $y = \sqrt[3]{\frac{\left(1+x^{\frac{3}{4}}\right)^2}{x^{\frac{3}{2}}}}.$

5.11. $y = \frac{x^6+x^3-2}{\sqrt{1-x^3}}.$

5.12. $y = \frac{(x^2-2)\sqrt{4+x^2}}{24x^3}.$

5.13. $y = \frac{1+x^2}{2\sqrt{1+2x^2}}.$

5.14. $y = \frac{\sqrt{x-1}(3x+2)}{4x^2}.$

5.15. $y = \frac{\sqrt{(1+x^2)^3}}{3x^3}.$

5.16. $y = \frac{x^6+8x^3-128}{\sqrt{8-x^3}}.$

5.17. $y = \frac{\sqrt{2x+3}(x-2)}{x^2}.$

5.18. $y = (1-x^2)\sqrt[5]{x^3+\frac{1}{x}}.$

5.19. $y = \frac{(2x^2+3)\sqrt{x^2-3}}{9x^3}.$

5.20. $y = \frac{x-1}{(x^2+5)\sqrt{x^2+5}}.$

5.21. $y = \frac{(2x+1)\sqrt{x^2-x}}{x^2}.$

5.22. $y = 2\sqrt{\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}}.$

5.23. $y = \frac{1}{(x+2)\sqrt{x^2+4x+5}}.$

5.24. $y = 3\frac{\sqrt[3]{x^2+x+1}}{x+1}.$

5.25. $y = 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{(x+1)}{(x-1)^2}}$.

5.26. $y = \frac{x+7}{6\sqrt{x^2+2x+7}}$.

5.27. $y = \frac{x\sqrt{x+1}}{x^2+x+1}$.

5.28. $y = \frac{x^2+2}{2\sqrt{1-x^4}}$.

5.29. $y = \frac{(x+3)\sqrt{2x-1}}{2x+7}$.

5.30. $y = \frac{3x+\sqrt{x}}{\sqrt{x^2+2}}$.

5.31. $y = \frac{3x^6+4x^4-x^2-2}{15\sqrt{1+x^2}}$.

6 нчы мәсьәлә. Чыгарылманы табарга.

6.1. $y = x - ln\left(2 + e^x + 2\sqrt{e^{2x} + e^x + 1}\right)$.

6.2. $y = e^{2x}\,\frac{(2-sin\,2x-cos\,2x)}{8}$.

6.3. $y = \frac{1}{2}\,arctg\,\frac{e^x-3}{2}$.

6.4. $y = \frac{1}{ln\,4}\,ln\,\frac{1+2^x}{1-2^x}$.

6.5. $y = 2\sqrt{e^x+1} + ln\,\frac{\sqrt{e^x+1}-1}{\sqrt{e^x+1}+1}$.

6.6. $y = \frac{2}{3}\sqrt{(arctg\,e^x)^3}$.

6.7. $y = \frac{1}{2}\,ln(e^{2x}+1) - 2\,arctg\,e^x$.

6.8. $y = ln(e^x+1) + \frac{18e^{2x}+27e^x+11}{6(e^x+1)^3}$.

6.9. $y = \frac{2\left(\sqrt{2^x-1}-arctg\,\sqrt{2^x-1}\right)}{ln\,2}$.

6.10. $y = 2(x-2)\sqrt{1+e^x} - 2\,ln\,\frac{\sqrt{1+e^x}-1}{\sqrt{1+e^x}+1}$.

6.11. $y = \frac{e^{\alpha x}(\alpha\,sin\,\beta x-\beta\,cos\,\beta x)}{\alpha^2+\beta^2}$.

6.12. $y = \frac{e^{\alpha x}(\beta\,sin\,\beta x-\alpha\,cos\,\beta x)}{\alpha^2+\beta^2}$.

6.13. $y = e^{ax}\left[\frac{1}{2a} + \frac{a\,cos\,2bx+2b\,sin\,2bx}{2(a^2+4b^2)}\right]$.

6.14. $y = x + \frac{1}{1+e^x} - ln(1+e^x)$.

6.15. $y = x - 3\,ln\left[\left(1+e^{\frac{x}{6}}\right)\sqrt{1+e^{\frac{x}{3}}}\right] - 3\,arctg\,e^{\frac{x}{6}}$.

6.16. $y = x + \frac{8}{1+e^{\frac{x}{4}}}$.

6.17. $y = ln\left(e^x + \sqrt{e^{2x} - 1}\right) + arcsin\, e^{-x}$.

6.18. $y = x - e^{-x}\, arcsin\, e^x - ln\left(1 + \sqrt{1 - e^{2x}}\right)$.

6.19. $y = x - ln(1 + e^x) - 2e^{-\frac{x}{2}}\, arctg\, e^{\frac{x}{2}} - \left(arctg\, e^{\frac{x}{2}}\right)^2$.

6.20. $y = \frac{e^{x^3}}{1+x^3}$.

6.21. $y = \frac{1}{m\sqrt{ab}}\, arctg\left(e^{mx} \cdot \sqrt{\frac{a}{b}}\right)$.

6.22. $y = 3e^{\sqrt[3]{x}}\left(\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 2\right)$.

6.23. $y = ln\frac{\sqrt{1+e^x+e^{2x}}-e^x-1}{\sqrt{1+e^x+e^{2x}}-e^x+1}$.

6.24. $y = e^{sin\, x}\left(x - \frac{1}{cos\, x}\right)$.

6.25. $y = \frac{e^x}{2}[(x^2 - 1)\, cos\, x + (x - 1)^2\, sin\, x]$.

6.26. $y = arctg(e^x - e^{-x})$.

6.27. $y = 3e^{\sqrt[3]{x}}\left(\sqrt[3]{x^5} - 5\sqrt[3]{x^4} + 20x - 60\sqrt[3]{x^2} + 120\sqrt[3]{x} - 120\right)$.

6.28. $y = -\frac{e^{3x}}{3\, sh^3\, x}$.

6.29. $y = arcsin\, e^{-x} - \sqrt{1 - e^{2x}}$.

6.30. $y = -\frac{1}{2}e^{-x^2}(x^4 + 2x^2 + 2)$.

6.31. $y = \frac{e^{x^2}}{1+x^2}$.

7 нче мәсьәлә. Чыгарылманы табарга.

7.1. $y = \sqrt{x}\, ln\left(\sqrt{x} + \sqrt{x + a}\right) - \sqrt{x + a}$.

7.2. $y = ln\left(x + \sqrt{a^2 + x^2}\right)$.

7.3. $y = 2\sqrt{x} - 4\, ln\left(2 + \sqrt{x}\right)$.

7.4. $y = ln\frac{x^2}{\sqrt{1-ax^4}}$.

7.5. $y = ln\left(\sqrt{x} + \sqrt{x + 1}\right)$.

7.6. $y = ln\frac{a^2+x^2}{a^2-x^2}$.

7.7. $y = ln^2(x + cos\, x)$.

7.8. $y = ln^3(1 + cos\, x)$.

7.9. $y = ln\frac{x^2}{1-x^2}$.

7.10. $y = lntg\left(\frac{\pi}{4}+\frac{x}{2}\right)$.

7.11. $y = ln\sqrt[4]{\frac{1+2x}{1-2x}}$.

7.12. $y = x + \frac{1}{\sqrt{2}}ln\frac{x-\sqrt{2}}{x+\sqrt{2}} + a^{\pi^{\sqrt{2}}}$.

7.13. $y = lnsin\frac{2x+4}{x+1}$.

7.14. $y = log_{16}\, log_5\, tg\, x$.

7.15. $y = log_4\, log_2\, tg\, x$.

7.16. $y = \frac{x(cosln\, x + sinln\, x)}{2}$.

7.17. $y = lncos\frac{2x+3}{x+1}$.

7.18. $y = lgln(ctg\, x)$.

7.19. $y = log_a\frac{1}{\sqrt{1-x^4}}$.

7.20. $y = \frac{1}{\sqrt{2}}ln\left(\sqrt{2}\, tg\, x + \sqrt{1+2\, tg^2\, x}\right)$.

7.21. $y = lnarcsin\sqrt{1-e^{2x}}$.

7.22. $y = lnarccos\sqrt{1-e^{4x}}$.

7.23. $y = ln\left(bx + \sqrt{a^2+b^2x^2}\right)$.

7.24. $y = ln\frac{\sqrt{x^2+1}+x\sqrt{2}}{\sqrt{x^2+1}-x\sqrt{2}}$.

7.25. $y = ln\left(arccos\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$.

7.26. $y = ln\left(e^x + \sqrt{1+e^{2x}}\right)$.

7.27. $y = ln\frac{\sqrt{5}+tg\left(\frac{x}{2}\right)}{\sqrt{5}-tg\left(\frac{x}{2}\right)}$.

7.28. $y = ln\frac{ln\, x}{sin\left(\frac{1}{x}\right)}$.

7.29. $y = lnlnsin\left(1+\frac{1}{x}\right)$.

7.30. $y = lnln^3\, ln^2\, x$.

7.31. $y = lnln^2\, ln^3\, x$.

8 нче мәсьәлә. Чыгарылманы табарга.

8.1. $y = sin\sqrt{3} + \frac{1}{3}\frac{sin^2\, 3x}{cos\, 6x}$.

8.2. $y = cosln\, 2 - \frac{1}{3}\frac{cos^2\, 3x}{sin\, 6x}$.

8.3. $y = tglg\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\frac{sin^2\, 4x}{cos\, 8x}$.

8.4. $y = ctg\sqrt[3]{5} - \frac{1}{8}\frac{cos^2\, 4x}{sin\, 8x}$.

8.5. $y = \frac{cossin\, 5\cdot sin^2\, 2x}{2\, cos\, 4x}$.

8.6. $y = \frac{sincos\, 3\cdot cos^2\, 2x}{4\, sin\, 4x}$.

8.7. $y = \frac{cosln\, 7\cdot sin^2\, 7x}{7\, cos\, 14x}$.

8.8. $y = cos(ctg\, 2) - \frac{1}{16}\frac{cos^2\, 8x}{sin\, 16x}$.

8.9. $y = ctg(cos\, 2) + \frac{1}{6}\frac{sin^2\, 6x}{cos\, 12x}$.

8.10. $y = \sqrt[3]{ctg\, 2} - \frac{1}{20}\frac{cos^2\, 10x}{sin\, 20x}$.

8.11. $y = \frac{1}{3}cos\left(tg\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{10}\frac{sin^2\, 10x}{cos\, 20x}$.

8.12. $y = lnsin\frac{1}{2} - \frac{1}{24}\frac{cos^2\, 12x}{sin\, 24x}$.

8.13. $y = 8\, sin(ctg\, 3) + \frac{1}{5}\frac{sin^2\, 5x}{cos\, 10x}$.

8.14. $y = \frac{cos(ctg\, 3)\cdot cos^2\, 14x}{28\, sin\, 28x}$.

8.15. $y=\frac{cos\left(tg\frac{1}{3}\right)\cdot sin^2 15x}{15\,cos\,30x}$.

8.16. $y=\frac{sin\left(tg\frac{1}{7}\right)\cdot cos^2 16x}{32\,sin\,32x}$.

8.17. $y=\frac{ctg\left(sin\frac{1}{3}\right)\cdot sin^2 17x}{17\,cos\,34x}$.

8.18. $y=\frac{\sqrt[5]{ctg\,2}\cdot cos^2 18x}{36\,sin\,36x}$.

8.19. $y=\frac{tg(ln\,2)\cdot sin^2 19x}{19\,cos\,38x}$.

8.20. $y=ctg(cos\,5)-\frac{1}{40}\frac{cos^2 20x}{sin\,40x}$.

8.21. $y=\sqrt{tg\,4}+\frac{sin^2 21x}{21\,cos\,42x}$.

8.22. $y=cos(ln\,1\,3)-\frac{1}{44}\frac{cos^2 22x}{sin\,44x}$.

8.23. $y=lncos\frac{1}{3}+\frac{sin^2 23x}{23\,cos\,46x}$.

8.24. $y=ctg\left(sin\frac{1}{13}\right)-\frac{1}{48}\frac{cos^2 24x}{sin\,48x}$.

8.25. $y=sinln\,2+\frac{sin^2 25x}{25\,cos\,50x}$.

8.26. $y=\sqrt[3]{cos\sqrt{2}}-\frac{1}{52}\frac{cos^2 26x}{sin\,52x}$.

8.27. $y=\sqrt[7]{tg(cos\,2)}+\frac{sin^2 27x}{27\,cos\,54x}$.

8.28. $y=sin\sqrt[3]{tg\,2}-\frac{cos^2 28x}{56\,sin\,56x}$.

8.29. $y=cos^2 sin\,3+\frac{sin^2 29x}{29\,cos\,58x}$.

8.30. $y=sin^3 cos\,2-\frac{cos^2 30x}{60\,sin\,60x}$.

8.31. $y=tg\sqrt{cos\left(\frac{1}{3}\right)}+\frac{sin^2 31x}{31\,cos\,62x}$.

9 нче мәсьәлә. Чыгарылманы табарга.

9.1. $y=arctg\frac{tg\,x-ctg\,x}{\sqrt{2}}$.

9.2. $y=arcsin\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{5x}}$.

9.3. $y=\frac{2x-1}{4}\sqrt{2+x-x^2}+\frac{9}{8}arcsin\frac{2x-1}{3}$.

9.4. $y=arctg\frac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}$.

9.5. $y=arccos\frac{x^2-4}{\sqrt{x^4+16}}$.

9.6. $y=\sqrt{\frac{2}{3}}arctg\frac{3x-1}{\sqrt{6x}}$.

9.7. $y=\frac{1}{4}ln\frac{x-1}{x+1}-\frac{1}{2}arctg\,x$.

9.8. $y=\frac{1}{2}(x-4)\sqrt{8x-x^2-7}-9\,arccos\sqrt{\frac{x-1}{6}}$.

9.9. $y=\frac{(1+x)\,arctg\sqrt{x}}{x^2}+\frac{1}{3x\sqrt{x}}$.

9.10. $y=\frac{x^3}{3}arccos\,x-\frac{2+x^2}{9}\sqrt{1-x^2}$.

9.11. $y = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1+x}{2x} arctg\sqrt{x}$.

9.12. $y = \frac{3+x}{2}\sqrt{x(2-x)} + 3\,arccos\sqrt{\frac{x}{2}}$.

9.13. $y = \frac{4+x^4}{x^3} arctg\frac{x^2}{2} + \frac{4}{x}$.

9.14. $y = arcsin\sqrt{\frac{x}{x+1}} + arctg\sqrt{x}$.

9.15. $y = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{x^2}-1} - \frac{arccos\,x}{2x^2}$.

9.16. $y = 6\,arcsin\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{6+x}{2}\sqrt{x(4-x)}$.

9.17. $y = \frac{x-3}{2}\sqrt{6x-x^2-8} + arcsin\sqrt{\frac{x}{2}-1}$.

9.18. $y = \frac{(1+x)\,arctg\sqrt{x}-\sqrt{x}}{x}$.

9.19. $y = \frac{2\sqrt{1-x}\,arcsin\sqrt{x}}{x} + \frac{2}{\sqrt{x}}$.

9.20. $y = \frac{2x-5}{4}\sqrt{5x-4-x^2} + \frac{9}{4} arcsin\sqrt{\frac{x-1}{3}}$.

9.21. $y = arctg\,x + \frac{5}{6} ln\frac{x^2+1}{x^2+4}$.

9.22. $y = arcsin\frac{x-2}{(x-1)\sqrt{2}}$.

9.23. $y = \sqrt{1-x^2} - x\,arcsin\sqrt{1-x^2}$.

9.24. $y = \sqrt{x} + \frac{1}{3} arctg\sqrt{x} + \frac{8}{3} arctg\frac{\sqrt{x}}{2}$.

9.25. $y = arctg\frac{\sqrt{1-x}}{1-\sqrt{x}}$.

9.26. $y = (2x^2+6x+5)\,arctg\frac{x+1}{x+2} - x$.

9.27. $y = \frac{x}{2\sqrt{1-4x^2}} arcsin\,2x + \frac{1}{8} ln(1-4x^2)$.

9.28. $y = \left(2x^2 - x + \frac{1}{2}\right) arctg\frac{x^2-1}{x\sqrt{3}} - \frac{x^3}{2\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{2}x$.

9.29. $y = \left(x + 2\sqrt{x} + 2\right) arctg\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \sqrt{x}$.

9.30. $y = \sqrt{1+2x-x^2}\,arcsin\frac{x\sqrt{2}}{1+x} - \sqrt{2}\,ln(1+x)$.

9.31. $y = arctg\frac{tg\left(\frac{x}{2}\right)+1}{2}$.

10 нче мәсьәлә. Чыгарылманы табарга.

10.1. $y = \frac{1}{4\sqrt{5}} ln\frac{2+\sqrt{5}\,th\,x}{2-\sqrt{5}\,th\,x}$.

10.2. $y = \frac{sh\,x}{4\,ch^4\,x} + \frac{3\,sh\,x}{8\,ch^2\,x} + \frac{3}{8} arctg(sh\,x)$.

10.3. $y = \frac{1}{2} ln\frac{1+\sqrt{th\,x}}{1-\sqrt{th\,x}} - arctg\sqrt{th\,x}$.

10.4. $y = \frac{3}{8\sqrt{2}} ln\frac{\sqrt{2}+th\,x}{\sqrt{2}-th\,x} - \frac{th\,x}{4(2-th^2\,x)}$.

10.5. $y = \frac{1}{2} th\,x + \frac{1}{4\sqrt{2}} ln\frac{1+\sqrt{2}\,th\,x}{1-\sqrt{2}\,th\,x}$.

10.6. $y = -\frac{1}{2} ln\left(th\frac{x}{2}\right) - \frac{ch\,x}{2\,sh^2\,x}$.

10.7. $y = \frac{1}{2a\sqrt{1+a^2}} ln\frac{a+\sqrt{1+a^2}\,th\,x}{a-\sqrt{1+a^2}\,th\,x}$.

10.8. $y = \frac{1}{18\sqrt{2}} ln\frac{1+\sqrt{2}\,cth\,x}{1-\sqrt{2}\,cth\,x}$.

10.9. $y = arctg\frac{\sqrt{sh\,2x}}{ch\,x-sh\,x}$.

10.10. $y = \frac{1}{6} ln\frac{1-sh\,2x}{2+sh\,2x}$.

10.11. $y = \sqrt[4]{\frac{1+th\,x}{1-th\,x}}$.

10.12. $y = \frac{sh\,x}{1+ch\,x}$.

10.13. $y = \frac{ch\,x}{\sqrt{sh\,2x}}$.

10.14. $y = \frac{sh\,3x}{\sqrt{ch\,6x}}$.

10.15. $y = \frac{1+8\,ch^2\,x\cdot ln(ch\,x)}{2\,ch^2\,x}$.

10.16. $y = -\frac{12\,sh^2\,x+1}{3\,sh^2\,x}$.

10.17. $y = -\frac{sh\,x}{2\,ch^2\,x} + \frac{3}{2} arcsin(th\,x)$.

10.18. $y = \frac{1}{\sqrt{8}} arcsin\frac{3+ch\,x}{1+3\,ch\,x}$.

10.19. $y = \frac{1}{\sqrt{8}} ln \frac{4+\sqrt{8}\, th\frac{x}{2}}{4-\sqrt{8}\, th\frac{x}{2}}$.

10.20. $y = \frac{1}{4} ln \left| th \frac{x}{2} \right| - \frac{1}{4} ln \frac{3+ch\, x}{sh\, x}$.

10.21. $y = -\frac{1}{4} arcsin \frac{5+3\, ch\, x}{3+5\, ch\, x}$.

10.22. $y = \frac{1-8\, ch^2 x}{4\, ch^4 x}$.

10.23. $y = \frac{2}{sh\, x} - \frac{1}{3\, sh^3 x} + \frac{sh\, x}{2\, ch^2 x} + \frac{5}{2} arctg(sh\, x)$.

10.24. $y = \frac{8}{3} cth\, 2x - \frac{1}{3\, ch\, x \cdot sh^3 x}$.

10.25. $y = \frac{1}{2} arctg(sh\, x) - \frac{sh\, x}{2\, ch^2 x}$.

10.26. $y = \frac{3}{2} ln \left(th \frac{x}{2} \right) + ch\, x - \frac{ch\, x}{2\, sh^2 x}$.

10.27. $y = -\frac{sh\, x}{2\, ch^2 x} - \frac{1}{sh\, x} - \frac{3}{2} arctg(sh\, x)$.

10.28. $y = \frac{sh\, x}{2\, ch^2 x} + \frac{1}{2} arctg(sh\, x)$.

10.29. $y = \frac{1}{2} \left[\frac{sh\, x}{ch^2 x} + arctg(sh\, x) \right]$.

10.30. $y = -\frac{ch\, x}{2\, sh^2 x} - \frac{1}{2} ln \left(th \frac{x}{2} \right)$.

10.31. $y = \frac{2}{3} cth\, x - \frac{ch\, x}{3\, sh^3 x}$.

11 нче мәсьәлә. Чыгарылманы табарга.

11.1. $y = (arctg\, x)^{\left(\frac{1}{2}\right) ln(arctg\, x)}$.

11.2. $y = \left(sin \sqrt{x}\right)^{ln\left(sin \sqrt{x}\right)}$.

11.3. $y = (sin\, x)^{5e^x}$.

11.4. $y = (arcsin\, x)^{e^x}$.

11.5. $y = (ln\, x)^{3^x}$.

11.6. $y = x^{arcsin\, x}$.

11.7. $y = (ctg\, 3x)^{2e^x}$.

11.8. $y = x^{e^{tg\, x}}$.

11.9. $y = (tg\, x)^{4e^x}$.

11.10. $y = (cos\, 5x)^{e^x}$.

11.11. $y = (x\, sin\, x)^{8\, ln(x\, sin\, x)}$.

11.12. $y = (x-5)^{ch\, x}$.

11.13. $y = (x^3+4)^{tg\, x}$.

11.14. $y = x^{sin\, x^3}$.

11.15. $y = (x^2-1)^{sh\, x}$.

11.16. $y = (x^4+5)^{ctg\, x}$.

11.17. $y = (sin\, x)^{\frac{5x}{2}}$.

11.18. $y = (x^2+1)^{cos\, x}$.

11.19. $y = 19^{x^{19}} x^{19}$.

11.20. $y = x^{3^x} \cdot 2^x$.

11.21. $y = \left(sin\sqrt{x}\right)^{e^{\frac{1}{x}}}$.

11.22. $y = x^{e^{ctg\,x}}$.

11.23. $y = x^{e^{\cos x}}$.

11.24. $y = x^{2^x} \cdot 5^x$.

11.25. $y = x^{e^{\sin x}}$.

11.26. $y = (tg\,x)^{\frac{ln(tg\,x)}{4}}$.

11.27. $y = x^{e^{arctg\,x}}$.

11.28. $y = (x^8 + 1)^{th\,x}$.

11.29. $y = x^{29^x} \cdot 29^x$.

11.30. $y = (cos\,2\,x)^{\frac{ln(cos\,2x)}{4}}$.

11.31. $y = x^{e^x} \cdot x^9$.

12 нче мәсьәлә. Чыгарылманы табарга.

12.1. $y = \frac{1}{24}(x^2 + 8)\sqrt{x^2 - 4} + \frac{x^2}{16} arcsin\frac{2}{x}$, $x > 0$.

12.2. $y = \frac{4x+1}{16x^2+8x+3} + \frac{1}{\sqrt{2}} arctg\frac{4x+1}{\sqrt{2}}$.

12.3. $y = 2x - ln\left(1 + \sqrt{1 - e^{4x}}\right) - e^{-2x}\, arcsin(e^{2x})$.

12.4. $y = \sqrt{9x^2 - 12x + 5}\, arctg(3x - 2) - ln\left(3x - 2 + \sqrt{9x^2 - 12x + 5}\right)$.

12.5. $y = \frac{2}{x-1}\sqrt{2x - x^2} + ln\frac{1+\sqrt{2x-x^2}}{x-1}$.

12.6. $y = \frac{x^2}{81} arcsin\frac{3}{x} + \frac{1}{81}(x^2 + 18)\sqrt{x^2 - 9}$, $x > 0$.

12.7. $y = \frac{1}{\sqrt{2}} arctg\frac{3x-1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3x-1}{3x^2-2x+1}$.

12.8. $y = 3x - ln\left(1 + \sqrt{1 - e^{6x}}\right) - e^{-3x}\, arcsin(e^{3x})$.

12.9. $y = ln\left(4x - 1 + \sqrt{16x^2 - 8x + 2}\right) - \sqrt{16x^2 - 8x + 2}\, arctg(4x - 1)$.

12.10. $y = ln\frac{1+2\sqrt{-x-x^2}}{2x+1} + \frac{4}{2x+1}\sqrt{-x - x^2}$.

12.11. $y = (2x + 3)^4 \cdot arcsin\frac{1}{2x+3} + \frac{2}{3}(4x^2 + 12x + 11)\sqrt{x^2 + 3x + 2}$, $2x + 3 > 0$.

12.12. $y = \frac{x+2}{x^2+4x+6} + \frac{1}{\sqrt{2}} arctg\frac{x+2}{\sqrt{2}}$.

12.13. $y = 5x - ln\left(1 + \sqrt{1 - e^{10x}}\right) - e^{-5x}\, arcsin(e^{5x})$.

12.14. $y = \sqrt{x^2 - 8x + 17}\, arctg(x - 4) - ln\left(x - 4 + \sqrt{x^2 - 8x + 17}\right)$.

12.15. $y = ln\frac{1+\sqrt{-3+4x-x^2}}{2-x} + \frac{2}{2-x}\sqrt{-3+4x-x^2}$.

12.16. $y = (3x^2-4x+2)\sqrt{9x^2-12x+3} + (3x-2)^4\, arcsin\frac{1}{3x-2}$, $3x-2 > 0$.

12.17. $y = \frac{1}{\sqrt{2}}arctg\frac{x-1}{\sqrt{2}} + \frac{x-1}{x^2-2x+3}$.

12.18. $y = ln\left(e^{5x} + \sqrt{e^{10x}-1}\right) + arcsin(e^{-5x})$.

12.19. $y = ln\left(2x-3+\sqrt{4x^2-12x+10}\right) - \sqrt{4x^2-12x+10}\, arctg(2x-3)$.

12.20. $y = ln\frac{1+\sqrt{-3-4x-x^2}}{-x-2} - \frac{2}{x+2}\sqrt{-3-4x-x^2}$.

12.21. $y = \frac{2}{3}(4x^2-4x+3)\sqrt{x^2-x} + (2x-1)^4\, arcsin\frac{1}{2x-1}$, $2x-1 > 0$.

12.22. $y = \frac{2x-1}{4x^2-4x+3} + \frac{1}{\sqrt{2}}arctg\frac{2x-1}{\sqrt{2}}$.

12.23. $y = arcsin(e^{-4x}) + ln\left(e^{4x} + \sqrt{e^{8x}-1}\right)$.

12.24. $y = ln\left(5x+\sqrt{25x^2+1}\right) - \sqrt{25x^2+1}\, arctg\, 5x$.

12.25. $y = \frac{2}{3x-2}\sqrt{-3+12x-9x^2} + ln\frac{1+\sqrt{-3+12x-9x^2}}{3x-2}$.

12.26. $y = (3x+1)^4\, arcsin\frac{1}{3x+1} + (3x^2+2x+1)\sqrt{9x^2+6x}$, $3x+1 > 0$.

12.27. $y = \frac{1}{\sqrt{2}}arctg\frac{2x+1}{\sqrt{2}} + \frac{2x+1}{4x^2+4x+3}$.

12.28. $y = ln\left(e^{3x} + \sqrt{e^{6x}-1}\right) + arcsin(e^{-3x})$.

12.29. $y = \sqrt{49x^2+1}\, arctg\, 7x - ln\left(7x+\sqrt{49x^2+1}\right)$.

12.30. $y = \frac{1}{x}\sqrt{1-4x^2} + ln\frac{1+\sqrt{1+4x^2}}{2x}$.

12.31. $y = arcsin(e^{-2x}) + ln\left(e^{2x} + \sqrt{e^{4x}-1}\right)$.

13 нче мәсьәлә. Чыгарылманы табарга.

13.1. $y = \frac{x\, arcsin\, x}{\sqrt{1-x^2}} + ln\sqrt{1-x^2}$.

13.2. $y = 4\, ln\frac{x}{1+\sqrt{1-4x^2}} - \frac{\sqrt{1-4x^2}}{x^2}$.

13.3. $y = x(2x^2+5)\sqrt{x^2+1} + 3\, ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$.

13.4. $y = x^3\, arcsin\, x + \frac{x^2+2}{3}\sqrt{1-x^2}$.

13.5. $y = 3\, arcsin\frac{3}{4x+1} + 2\sqrt{4x^2+2x-2}$, $4x+1>0$.

13.6. $y = \sqrt{1+x^2}\, arctg\, x - ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)$.

13.7. $y = 2\, arcsin\frac{2}{3x+4} + \sqrt{9x^2+24x+12}$, $3x+4>0$.

13.8. $y = x(2x^2+1)\sqrt{x^2+1} - ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$.

13.9. $y = ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right) - \frac{\sqrt{1+x^2}}{x}$.

13.10. $y = \sqrt{1-3x-2x^2} + \frac{3}{2\sqrt{2}} arcsin\frac{4x+3}{\sqrt{17}}$.

13.11. $y = \sqrt{(4+x)(1+x)} + 3\, ln\left(\sqrt{4+x}+\sqrt{1+x}\right)$.

13.12. $y = ln\frac{\sqrt{x^2-x+1}}{x} + \sqrt{3}\, arctg\frac{2x-1}{\sqrt{3}}$.

13.13. $y = \frac{1}{12} ln\frac{x^4-x^2+1}{(x^2+1)^2} - \frac{1}{2\sqrt{3}} arctg\frac{\sqrt{3}}{2x^2-1}$.

13.14. $y = 4\, arcsin\frac{4}{2x+3} + \sqrt{4x^2+12x-7}$, $2x+3>0$.

13.15. $y = 2\, arcsin\frac{2}{3x+1} + \sqrt{9x^2+6x-3}$, $3x+1>0$.

13.16. $y = (2+3x)\sqrt{x-1} - \frac{3}{2} arctg\sqrt{x-1}$.

13.17. $y = \frac{1}{3}(x-2)\sqrt{x+1} + ln\left(\sqrt{x+1}+1\right)$.

13.18. $y = \sqrt{x^2+1} - \frac{1}{2} ln\frac{\sqrt{x^2+1}-x}{\sqrt{x^2+1}+1}$.

13.19. $y = ln\sqrt[3]{\frac{x-1}{x+1}} - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{x^2-1}\right) arctg\, x$.

13.20. $y = x\, ln\left(\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}\right) + \frac{1}{2}(arcsin\, x - x)$.

13.21. $y = arctg\sqrt{x^2-1} - \frac{ln\, x}{\sqrt{x^2-1}}$.

13.22. $y = 3\, arcsin\frac{3}{x+2} + \sqrt{x^2+4x-5}$.

13.23. $y = \sqrt{(3-x)(2+x)} + 5\, arcsin\sqrt{\frac{x+2}{5}}$.

13.24. $y = x(arcsin\, x)^2 + 2\sqrt{1-x^2}\, arcsin\, x - 2x$.

13.25. $y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} + arcsin\, x$.

13.26. $y = x^2\, arccos\, x - \frac{x^2+2}{3}\sqrt{1-x^2}$.

13.27. $y = \frac{\sqrt{x^2+2}}{x^2} - \frac{1}{\sqrt{2}}\, ln\, \frac{\sqrt{2}+\sqrt{x^2+2}}{x}$.

13.28. $y = \frac{x}{4}(10 - x^2)\sqrt{4-x^2} + 6\, arcsin\, \frac{x}{2}$.

13.29. $y = arcsin\, \frac{1}{2x+3} + 2\sqrt{x^2+3x+2}, \quad 2x+3 > 0$.

13.30. $y = x\, arcsin\, \sqrt{\frac{x}{x+1}} - \sqrt{x} + arctg\, \sqrt{x}$.

13.31. $y = \frac{arcsin\, x}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2}\, ln\, \frac{1-x}{1+x}$.

14 нче мәсьәлә. Чыгарылманы табарга.

14.1. $y = \frac{1}{sin\, \alpha}\, ln(tg\, x + ctg\, \alpha)$.

14.2. $y = x\, cos\, \alpha + sin\, \alpha\, lnsin(x - \alpha)$.

14.3. $y = \frac{1}{2\sqrt{2}}\left[sinln\, x - \left(\sqrt{2}-1\right) \cdot cosln\, x\right] x^{\sqrt{2}+1}$.

14.4. $y = arctg\left(\frac{cos\, x}{\sqrt[4]{cos\, 2x}}\right)$.

14.5. $y = 3\, \frac{sin\, x}{cos^2\, x} + 2\, \frac{sin\, x}{cos^4\, x}$.

14.6. $y = (a^2 + b^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot arcsin\left(\frac{\sqrt{a^2+b^2}\, sin\, x}{b}\right)$.

14.7. $y = \frac{7^x(3\, sin\, 3x + cos\, 3x \cdot ln\, 7)}{9 + ln^2\, 7}$.

14.8. $y = ln\, \frac{sin\, x}{cos\, x + \sqrt{cos\, 2x}}$.

14.9. $y = \frac{1}{a(1+a^2)}\left[arctg(a\, cos\, x) + a\, lntg\, \frac{x}{2}\right]$.

14.10. $y = -\frac{1}{3\, sin^3\, x} - \frac{1}{sin\, x} + \frac{1}{2}\, ln\, \frac{1+sin\, x}{1-sin\, x}$.

14.11. $y = (1 + x^2)\, e^{arctg\, x}$.

14.12. $y = \frac{ctg\, x + x}{1 - x\, ctg\, x}$.

14.13. $y = \frac{1}{2\, sin\frac{\alpha}{2}}\, arctg\, \frac{2x\, sin\frac{\alpha}{2}}{1-x^2}$.

14.14. $y = arctg\, \frac{\sqrt{\sqrt{x^4+1}-x^2}}{x}, \quad x > 0$.

14.15. $y = \frac{6^x(\sin 4x \cdot \ln 6 - 4\cos 4x)}{16+\ln^2 6}$.

14.16. $y = arctg\frac{\sqrt{2\,tg\,x}}{1-tg\,x}$.

14.17. $y = arctg\frac{2\sin x}{\sqrt{9\cos^2 x - 4}}$.

14.18. $y = \frac{5^x(2\sin 2x + \cos 2x \cdot \ln 5)}{4+\ln^2 5}$.

14.19. $y = \ln\frac{\sqrt{2}+th\,x}{\sqrt{2}-th\,x}$.

14.20. $y = \frac{3^x(4\sin 4x + \ln 3 \cdot \cos 4x)}{16+\ln^2 3}$.

14.21. $y = \frac{4^x(\ln 4 \cdot \sin 4x - 4\cos 4x)}{16+\ln^2 4}$.

14.22. $y = \frac{\cos x}{\sin^2 x} - 2\cos x - 3\,lntg\frac{x}{2}$.

14.23. $y = \frac{5^x(\sin 3x \cdot \ln 5 - 3\cos 3x)}{9+\ln^2 5}$.

14.24. $y = x - ln(1+e^x) - 2\,e^{-\frac{x}{2}}\,arctge^{\frac{x}{2}}$.

14.25. $y = \frac{2^x(\sin x + \cos x \cdot \ln 2)}{1+\ln^2 2}$.

14.26. $y = \frac{ln(ctg\,x + ctg\,\alpha)}{\sin\alpha}$.

14.27. $y = 2\frac{\cos x}{\sin^4 x} + 3\frac{\cos x}{\sin^2 x}$.

14.28. $y = \frac{\cos x}{3(2+\sin x)} + \frac{4}{3\sqrt{3}}arctg\frac{2\,tg\left(\frac{x}{2}\right)+1}{\sqrt{3}}$.

14.29. $y = \frac{3^x(\ln 3 \cdot \sin 2x - 2\cos 2x)}{\ln^2 3+4}$.

14.30. $y = \frac{1}{2}\ln\frac{1+\cos x}{1-\cos x} - \frac{1}{\cos x} - \frac{1}{3\cos^3 x}$.

14.31. $y = \sqrt{\frac{tg\,x+\sqrt{2\,tg\,x}+1}{tg\,x-\sqrt{2\,tg\,x}+1}}$.

15 нче мәсьәлә. y'_x чыгарылмасын табарга.

15.1. $\begin{cases} x = \frac{3t^2+1}{3t^3}, \\ y = \sin\left(\frac{t^3}{3}+t\right). \end{cases}$

15.2. $\begin{cases} x = \sqrt{1-t^2}, \\ y = tg\sqrt{1+t}\,. \end{cases}$

15.3. $\begin{cases} x = \sqrt{2t - t^2}, \\ y = \frac{1}{\sqrt[3]{(1-t)^2}}. \end{cases}$

15.4. $\begin{cases} x = arcsin(\sin t), \\ y = arccos(\cos t). \end{cases}$

15.5. $\begin{cases} x = ln\left(t + \sqrt{t^2 + 1}\right), \\ y = t\sqrt{t^2 + 1}. \end{cases}$

15.6. $\begin{cases} x = \sqrt{2t - t^2}, \\ y = arcsin(t - 1). \end{cases}$

15.7. $\begin{cases} x = ctg(2e^t), \\ y = ln(tg\, e^t). \end{cases}$

15.8. $\begin{cases} x = ln(ctg\, t), \\ y = \frac{1}{cos^2 t}. \end{cases}$

15.9. $\begin{cases} x = arctge^{\frac{t}{2}}, \\ y = \sqrt{e^t + 1}. \end{cases}$

15.10. $\begin{cases} x = ln\sqrt{\frac{1-t}{1+t}}, \\ y = \sqrt{1 - t^2}. \end{cases}$

15.11. $\begin{cases} x = ln\frac{1}{\sqrt{1-t^4}}, \\ y = arcsin\frac{1-t^2}{1+t^2}. \end{cases}$

15.12. $\begin{cases} x = \sqrt{1 - t^2}, \\ y = \frac{t}{\sqrt{1-t^2}}. \end{cases}$

15.13. $\begin{cases} x = arcsin\left(\sqrt{1 - t^2}\right), \\ y = (arccos\, t)^2. \end{cases}$

15.14. $\begin{cases} x = \frac{t}{\sqrt{1-t^2}}, \\ y = ln\frac{1+\sqrt{1-t^2}}{t}. \end{cases}$

15.15. $\begin{cases} x = (1 + cos^2 t)^2, \\ y = \frac{cos\, t}{sin^2 t}. \end{cases}$

15.16. $\begin{cases} x = ln\frac{1-t}{1+t}, \\ y = \sqrt{1 - t^2}. \end{cases}$

15.17. $\begin{cases} x = arccos\frac{1}{t}, \\ y = \sqrt{t^2 - 1} + arcsin\frac{1}{t}. \end{cases}$

15.18. $\begin{cases} x = \frac{1}{ln\, t}, \\ y = ln\frac{1+\sqrt{1-t^2}}{t}. \end{cases}$

15.19. $\begin{cases} x = arcsin\sqrt{t}, \\ y = \sqrt{1 + \sqrt{t}}. \end{cases}$

15.20. $\begin{cases} x = (arcsin\, t)^2, \\ y = \frac{t}{\sqrt{1-t^2}}. \end{cases}$

15.21. $\begin{cases} x = t\sqrt{t^2 + 1}, \\ y = ln\frac{1+\sqrt{1+t^2}}{t}. \end{cases}$

15.22. $\begin{cases} x = arctg\, t, \\ y = ln\frac{\sqrt{1+t^2}}{t+1}. \end{cases}$

15.23. $\begin{cases} x = ln(1 - t^2), \\ y = arcsin\sqrt{1 - t^2}. \end{cases}$

15.24. $\begin{cases} x = arctg\frac{t+1}{t-1}, \\ y = arcsin\sqrt{1 - t^2}. \end{cases}$

15.25. $\begin{cases} x = ln\sqrt{\frac{1-sin\, t}{1+sin\, t}}, \\ y = \frac{1}{2}tg^2 t + lncos\, t. \end{cases}$

15.26. $\begin{cases} x = \sqrt{t - t^2} - arctg\sqrt{\frac{1-t}{t}}, \\ y = \sqrt{t} - \sqrt{1 - t}\, arcsin\sqrt{t}. \end{cases}$

15.27. $\begin{cases} x = lntg\, t, \\ y = \frac{1}{sin^2 t}. \end{cases}$

15.28. $\begin{cases} x = \frac{t^2 \ln t}{1-t^2} + \ln\sqrt{1-t^2}, \\ y = \frac{t}{\sqrt{1-t^2}} \arcsin t + \ln\sqrt{1-t^2}. \end{cases}$

15.29. $\begin{cases} x = e^{\sec^2 t}, \\ y = tg\, t \cdot \ln\cos t + tg\, t - t. \end{cases}$

15.30. $\begin{cases} x = \frac{t}{\sqrt{1-t^2}} \arcsin t + \ln\sqrt{1-t^2}, \\ y = \frac{t}{\sqrt{1-t^2}}. \end{cases}$

15.31. $\begin{cases} x = \ln\left(t + \sqrt{1+t^2}\right), \\ y = \sqrt{1+t^2} - \ln\frac{1+\sqrt{1+t^2}}{t}. \end{cases}$

16 нчы мәсьәлә. $t = t_0$ параметрына тиңдәш ноктада кәкрегә орынма һәм нормаль тигезләмәләрен төзергә.

16.1. $\begin{cases} x = a\sin^3 t, \\ y = a\cos^3 t, \quad t_0 = \frac{\pi}{3}. \end{cases}$

16.2. $\begin{cases} x = \sqrt{3}\cos t, \\ y = \sin t, \quad t_0 = \frac{\pi}{3}. \end{cases}$

16.3. $\begin{cases} x = a(t - \sin t), \\ y = a(1 - \cos t), \quad t_0 = \frac{\pi}{3}. \end{cases}$

16.4. $\begin{cases} x = 2t - t^2, \\ y = 3t - t^3, \quad t_0 = 1. \end{cases}$

16.5. $\begin{cases} x = \frac{2t+t^2}{1+t^3}, \\ y = \frac{2t-t^2}{1+t^3}, \quad t_0 = 1. \end{cases}$

16.6. $\begin{cases} x = \arcsin\frac{t}{\sqrt{1+t^2}}, \\ y = \arccos\frac{1}{\sqrt{1+t^2}}, \quad t_0 = -1. \end{cases}$

16.7. $\begin{cases} x = t(t\cos t - 2\sin t), \\ y = t(t\sin t + 2\cos t), \quad t_0 = \frac{\pi}{4}. \end{cases}$

16.8. $\begin{cases} x = \frac{3at}{1+t^2}, \\ y = \frac{3at^2}{1+t^2}, \quad t_0 = 2. \end{cases}$

16.9. $\begin{cases} x = 2\ln(ctg\, t) + ctg\, t, \\ y = tg\, t + ctg\, t, \quad t_0 = \frac{\pi}{4}. \end{cases}$

16.10. $\begin{cases} x = \frac{1}{2}t^2 - \frac{1}{4}t^4, \\ y = \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{3}t^3, \quad t_0 = 0. \end{cases}$

16.11. $\begin{cases} x = at\cos t, \\ y = at\sin t, \quad t_0 = \frac{\pi}{2}. \end{cases}$

16.12. $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos t, \quad t_0 = \frac{\pi}{6}. \end{cases}$

16.13. $\begin{cases} x = \arcsin\frac{t}{\sqrt{1+t^2}}, \\ y = \arccos\frac{1}{\sqrt{1+t^2}}, \quad t_0 = 1. \end{cases}$

16.14. $\begin{cases} x = \frac{1+\ln t}{t^2}, \\ y = \frac{3+2\ln t}{t}, \quad t_0 = 1. \end{cases}$

16.15. $\begin{cases} x = \frac{1+t}{t^2}, \\ y = \frac{3}{2t^2} + \frac{2}{t}, \quad t_0 = 2. \end{cases}$

16.16. $\begin{cases} x = a\sin^3 t, \\ y = a\cos^3 t, \quad t_0 = \frac{\pi}{6}. \end{cases}$

16.17. $\begin{cases} x = a(t\sin t + \cos t), \\ y = a(\sin t - t\cos t), \quad t_0 = \frac{\pi}{4}. \end{cases}$

16.18. $\begin{cases} x = \frac{t+1}{t}, \\ y = \frac{t-1}{t}, \quad t_0 = -1. \end{cases}$

16.19. $\begin{cases} x = 1 - t^2, \\ y = t - t^3, \quad t_0 = 2. \end{cases}$

16.20. $\begin{cases} x = ln(1 + t^2), \\ y = t - arctg\, t, \quad t_0 = 1. \end{cases}$

16.21. $\begin{cases} x = t(1 - \sin t), \\ y = t\cos t, \quad t_0 = 0. \end{cases}$

16.22. $\begin{cases} x = \frac{1+t^3}{t^2-1}, \\ y = \frac{t}{t^2-1}, \quad t_0 = 2. \end{cases}$

16.23. $\begin{cases} x = 3\cos t, \\ y = 4\sin t, \quad t_0 = \frac{\pi}{4}. \end{cases}$

16.24. $\begin{cases} x = t - t^4, \\ y = t^2 - t^3, \quad t_0 = 1. \end{cases}$

16.25. $\begin{cases} x = t^3 + 1, \\ y = t^2 + t + 1, \quad t_0 = 1. \end{cases}$

16.26. $\begin{cases} x = 2\cos t, \\ y = \sin t, \quad t_0 = -\frac{\pi}{3}. \end{cases}$

16.27. $\begin{cases} x = 2\,tg\, t, \\ y = 2\sin^2 t + \sin 2t, \quad t_0 = \frac{\pi}{4}. \end{cases}$

16.28. $\begin{cases} x = t^3 + 1, \\ y = t^2, \quad t_0 = -2. \end{cases}$

16.29. $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = a^t, \quad t_0 = 0. \end{cases}$

16.30. $\begin{cases} x = \sin t, \\ y = \cos 2t, \quad t_0 = \frac{\pi}{6}. \end{cases}$

16.31. $\begin{cases} x = 2e^t, \\ y = e^{-t}, \quad t_0 = 0. \end{cases}$

17 нче мәсьәлә. n -нчы тәртип чыгарылманы табарга

17.1. $y = x\,e^{ax}$.

17.2. $y = \sin 2x + \cos(x + 1)$.

17.3. $y = \sqrt[5]{e^{7x-1}}$.

17.4. $y = \frac{4x+7}{2x+3}$.

17.5. $y = lg(5x + 2)$.

17.6. $y = a^{3x}$.

17.7. $y = \frac{x}{2(3x+2)}$.

17.8. $y = lg(x + 4)$.

17.9. $y = \sqrt{x}$.

17.10. $y = \frac{2x+5}{13(3x+1)}$.

17.11. $y = 2^{3x+5}$.

17.12. $y = \sin(x + 1) + \cos 2x$.

17.13. $y = \sqrt[3]{e^{2x+1}}$.

17.14. $y = \frac{4+15x}{5x+1}$.

17.15. $y = lg(3x + 1)$.

17.16. $y = 7^{5x}$.

17.17. $y = \frac{x}{9(4x+9)}$.

17.18. $y = lg(1 + x)$.

17.19. $y = \frac{4}{x}$.

17.20. $y = \frac{5x+1}{13(2x+3)}$.

17.21. $y = a^{2x+3}$.

17.22. $y = sin(3x + 1) + cos\,5\,x$.

17.23. $y = \sqrt{e^{3x+1}}$.

17.24. $y = \frac{11+12x}{6x+5}$.

17.25. $y = lg(2x + 7)$.

17.26. $y = 2^{kx}$.

17.27. $y = \frac{x}{x+1}$.

17.28. $y = log_3(x + 5)$.

17.29. $y = \frac{1+x}{1-x}$.

17.30. $y = \frac{7x+1}{17(4x+3)}$.

17.31. $y = 3^{2x+5}$.

18 нче мәсьәлә. Күрсәтелгән тәртиптәге чыгарылманы табарга.

18.1. $y = (2x^2 - 7)\,ln(x - 1)$, y^V =?

18.2. $y = (3 - x^2)\,ln^2\,x$, y^{III} =?

18.3. $y = x\,cos\,x^2$, y^{III} =?

18.4. $y = \frac{ln(x-1)}{\sqrt{x-1}}$, y^{III} =?

18.5. $y = \frac{log_2 x}{x^3}$, y^{III} =?

18.6. $y = (4x^3 + 5)\,e^{2x+1}$, y^V =?

18.7. $y = x^2\,sin(5x - 3)$, y^{III} =?

18.8. $y = \frac{ln\,x}{x^2}$, y^{IV} =?

18.9. $y = (2x + 3)\,ln^2\,x$, y^{III} =?

18.10. $y = (1 + x^2)\,arctg\,x$, y^{III} =?

18.11. $y = \frac{ln\,x}{x^3}$, y^{IV} =?

18.12. $y = (4x + 3) \cdot 2^{-x}$, y^V =?

18.13. $y = e^{1-2x} \cdot sin(2 + 3x)$, y^{IV} =?

18.14. $y = \frac{ln(3+x)}{3+x}$, y^{III} =?

18.15. $y = (2x^3 + 1)\,cos\,x$, y^V =?

18.16. $y = (x^2 + 3)\,ln(x - 3)$, y^{IV} =?

18.17. $y = (1 - x - x^2)\, e^{\frac{(x-1)}{2}}, \quad y^{IV} = ?$

18.18. $y = \frac{1}{x} sin\, 2\, x, \quad y^{III} = ?$

18.19. $y = (x + 7)\, ln(x + 4), \quad y^{V} = ?$

18.20. $y = (3x - 7) \cdot 3^{-x}, \quad y^{IV} = ?$

18.21. $y = \frac{ln(2x+5)}{2x+5}, \quad y^{III} = ?$

18.22. $y = e^{\frac{x}{2}} \cdot sin\, 2\, x, \quad y^{IV} = ?$

18.23. $y = \frac{ln\, x}{x^5}, \quad y^{III} = ?$

18.24. $y = x\, ln(1 - 3x), \quad y^{IV} = ?$

18.25. $y = (x^2 + 3x + 1)\, e^{3x+2}, \quad y^{V} = ?$

18.26. $y = (5x - 8) \cdot 2^{-x}, \quad y^{IV} = ?$

18.27. $y = \frac{ln(x-2)}{x-2}, \quad y^{V} = ?$

18.28. $y = e^{-x} \cdot (cos\, 2\, x - 3\, sin\, 2\, x), \quad y^{IV} = ?$

18.29. $y = (5x - 1)\, ln^2\, x, \quad y^{III} = ?$

18.30. $y = \frac{log_3\, x}{x^2}, \quad y^{IV} = ?$

18.31. $y = (x^3 + 3)\, e^{4x+3}, \quad y^{IV} = ?$

19 нчы мәсьәлә. Папараметрик бирелгән функциянең икенче тәртип y''_{xx} чыгарылмасын табарга.

19.1. $\begin{cases} x = cos\, 2\, t, \\ y = 2\, sec^2\, t\,. \end{cases}$

19.2. $\begin{cases} x = \sqrt{1 - t^2}, \\ y = \frac{1}{t}. \end{cases}$

19.3. $\begin{cases} x = e^t\, cos\, t\,, \\ y = e^t\, sin\, t\,. \end{cases}$

19.4. $\begin{cases} x = sh^2\, t\,, \\ y = \frac{1}{ch^2\, t}. \end{cases}$

19.5. $\begin{cases} x = t + sin\, t\,, \\ y = 2 - cos\, t\,. \end{cases}$

19.6. $\begin{cases} x = \frac{1}{t}, \\ y = \frac{1}{(1+t^2)}. \end{cases}$

19.7. $\begin{cases} x = \sqrt{t}, \\ y = \frac{1}{\sqrt{1-t}}. \end{cases}$

19.8. $\begin{cases} x = sin\, t\,, \\ y = sec\, t\,. \end{cases}$

19.9. $\begin{cases} x = tg\, t\,, \\ y = \frac{1}{sin\, 2t}. \end{cases}$

19.10. $\begin{cases} x = \sqrt{t-1}, \\ y = \frac{t}{\sqrt{1-t}}. \end{cases}$

19.11. $\begin{cases} x = \sqrt{t}, \\ y = \sqrt[3]{t-1}. \end{cases}$

19.12. $\begin{cases} x = \frac{cos\, t}{(1+2\, cos\, t)}, \\ y = \frac{sin\, t}{(1+2\, cos\, t)}. \end{cases}$

19.13. $\begin{cases} x = \sqrt{t^3-1}, \\ y = ln\, t\,. \end{cases}$

19.14. $\begin{cases} x = sh\, t\,, \\ y = th^2\, t\,. \end{cases}$

19.15. $\begin{cases} x = \sqrt{t-1}, \\ y = \frac{1}{\sqrt{t}}. \end{cases}$

19.16. $\begin{cases} x = cos^2\, t\,, \\ y = tg^2\, t\,. \end{cases}$

19.17. $\begin{cases} x = \sqrt{t-3}, \\ y = ln(t-2)\,. \end{cases}$

19.18. $\begin{cases} x = sin\, t\,, \\ y = lncos\, t\,. \end{cases}$

19.19. $\begin{cases} x = t + sin\, t\,, \\ y = 2 + cos\, t\,. \end{cases}$

19.20. $\begin{cases} x = t - sin\, t\,, \\ y = 2 - cos\, t\,. \end{cases}$

19.21. $\begin{cases} x = cos\, t\,, \\ y = lnsin\, t\,. \end{cases}$

19.22. $\begin{cases} x = cos\, t + t\, sin\, t\,, \\ y = sin\, t - t\, cos\, t\,. \end{cases}$

19.23. $\begin{cases} x = e^t, \\ y = arcsin\, t\,. \end{cases}$

19.24. $\begin{cases} x = cos\, t\,, \\ y = sin^4\left(\frac{t}{2}\right). \end{cases}$

19.25. $\begin{cases} x = ch\, t\,, \\ y = \sqrt[3]{sh^2\, t}\,. \end{cases}$

19.26. $\begin{cases} x = arctg\, t\,, \\ y = \frac{t^2}{2}. \end{cases}$

19.27. $\begin{cases} x = 2(t - sin\, t), \\ y = 4(2 + cos\, t). \end{cases}$

19.28. $\begin{cases} x = sin\, t - t\, cos\, t\,, \\ y = cos\, t + t\, sin\, t\,. \end{cases}$

19.29. $\begin{cases} x = \frac{1}{t^2}, \\ y = \frac{1}{(t^2+1)}. \end{cases}$

19.30. $\begin{cases} x = cos\, t + sin\, t\,, \\ y = sin\, 2\, t. \end{cases}$

19.31. $\begin{cases} x = ln\, t\,, \\ y = arctg\, t\,. \end{cases}$

20 нче мәсьәлә. y функциясенең (1) тигезләмәсен канәгатьләндерүен күрсәтергә.

20.1. $y = x\, e^{-\frac{x^2}{2}},\ xy' = (1 - x^2)y.$ (1)

20.2. $y = \frac{sin\, x}{x}, xy' + y = cos\, x\,.$ (1)

20.3. $y = 5\,e^{-2x} + \frac{e^x}{3}, y' + 2y = e^x.$ (1)

20.4. $y = 2 + c\sqrt{1-x^2},\ (1-x^2)y' + xy = 2x.$ (1)

20.5. $y = x\sqrt{1-x^2}, yy' = x - 2x^3.$ (1)

20.6. $y = \frac{c}{\cos x},\ y' - tg\,x \cdot y = 0.$ (1)

20.7. $y = -\frac{1}{3x+c}, y' = 3y^2.$ (1)

20.8. $y = ln(c + e^x)\,, y' = e^{x-y}.$ (1)

20.9. $y = \sqrt{x^2 - cx}, (x^2 + y^2)dx - 2xydy = 0.$ (1)

20.10. $y = x(c - ln\,x), (x - y)dx + xdy = 0.$ (1)

20.11. $y = e^{tg\left(\frac{x}{2}\right)},\ y'\,sin\,x = y\,ln\,y\,.$ (1)

20.12. $y = \frac{1+x}{1-x},\ y' = \frac{1+y^2}{1+x^2}.$ (1)

20.13. $y = \frac{b+x}{1+bx}, y - xy' = b(1 + x^2y').$ (1)

20.14. $y = \sqrt[3]{2 + 3x - 3x^2}, yy' = \frac{1-2x}{y}.$ (1)

20.15. $y = \sqrt{ln\left(\frac{1+e^x}{2}\right)^2 + 1}, (1 + e^x)yy' = e^x.$ (1)

20.16. $y = tgln\,3\,x, (1 + y^2)dx = xdy.$ (1)

20.17. $y = -\sqrt{\frac{2}{x^2} - 1}, 1 + y^2 + xyy' = 0.$ (1)

20.18. $y = \sqrt[3]{x - ln\,x - 1}, ln\,x + y^3 - 3xy^2y' = 0.$ (1)

20.19. $y = a + \frac{7x}{ax+1}, y - xy' = a(1 + x^2y').$ (1)

20.20. $y = a\,tg\,\sqrt{\frac{a}{x} - 1}\,, a^2 + y^2 + 2x\sqrt{ax - x^2}y' = 0.$ (1)

20.21. $y = \sqrt[4]{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}}, 8xy' - y = \frac{-1}{y^3\sqrt{x+1}}.$ (1)

20.22. $y = (x + 1)\,e^{x^2}, y' - 2xy = 2x\,e^{x^2}.$ (1)

20.23. $y = \frac{2x}{x^3+1} + \frac{1}{x}, x(x^3 + 1)y' + (2x^3 - 1)y = \frac{x^3-2}{x}.$ (1)

20.24. $y = e^{x+x^2} + 2\,e^x, y' - y = 2x\,e^{x+x^2}.$ (1)

20.25. $y = -x\,cos\,x + 3x, xy' = y + x^2\,sin\,x\,.$ (1)

20.26. $y = \frac{1}{\sqrt{\sin x + x}}, 2\sin x \cdot y' + y\cos x = y^3(x\cos x - \sin x)$. (1)

20.27. $y = \frac{x}{x-1} + x^2, x(x-1)y' + y = x^2(2x-1)$. (1)

20.28. $y = \frac{x}{\cos x}, y' - y\,tg\,x = sec\,x$. (1)

20.29. $y = (x+1)^n(e^x - 1), y' - \frac{ny}{x+1} = e^x(1+x)^n$. (1)

20.30. $y = 2\frac{\sin x}{x} + \cos x, x\sin x \cdot y' + (\sin x - x\cos x)y = \sin x \cdot \cos x - x$. (1)

20.31. $y = -\sqrt{x^4 - x^2}$, $xyy' - y^2 = x^4$. (1)

III. ЧЫГАРЫЛМАНЫ КУЛЛАНУ

Теоретик сораулар

1. Функциянең кисемтәдә үсү шартлары.
2. Функциянең кисемтәдә кимү шартлары.
3. Экстремум ноктaлары. Экстремумның кирәкле шарты.
4. Функция максимумы һәм минимумының җитәрлек шартлары (беренче чыгарылманың тамгасы үзгәрү).
5. Кисемтәдә өзлексез функциянең иң зур һәм иң кечкенә кыйммәтләре.
6. Функция графигының кабарынкы һәм батынкылыгы. Кабарынкылык һәм батынкылыкның җитәрлек шартлары.
7. Функция графигының бөгелү ноктaлары. Бөгелүнең кирәкле шарты. Бөгелүнең җитәрлек шартлары.
8. Югары тәртип чыгарылмалар ярдәмендә функцияне экстремумга тикшерү.
9. Функция графигының асимптоталары.

Теоретик күнегүләр

1. $f(x) = x - \sin x$ функциясе а) $[0,\ 2\pi]$; б) $[0,\ 4\pi]$ кисемтәләрендә монотон үсә икәнен исбатларга. Дифференциалланучы функциянең монотонлыгыннан аның чыгарылмасының монотонлыгы чыгамы?

2. Теореманы исбатлагыз: *әгәр* $\phi(x)$ *һәм* $\psi(x)$ *функцияләре* $[a,\ \ b]$ *кисемтәсендә дифференциаллана һәм* $\phi'(x) > \psi'(x)\ \ \forall x \in (a,\ \ b)$, *ә* $\phi(a) = \psi(a)$ *икән, ул вакытта* $\phi(x) > \psi(x)\ \forall x \in a,\ \ b$.

Теореманың геометрик интерпретациясен күрсәтергә.

Күрсәтмә. Теорема исбатлаганда $f(x) = \phi(x) - \psi(x)$ функциясенең монотонлыгын исбатларга һәм файдаланырга.

3. $\frac{2x}{\pi} < sin\, x$ тигезсезлеген өч очрак өчен исбатларга:

а) $\forall x \in 0,\ \ arccos\frac{2}{\pi}$;

б) $\forall x \in arccos\frac{2}{\pi},\ \ \frac{\pi}{2}\big)$;

в) $\forall x \in \big(0,\ \ \frac{\pi}{2}\big)$.

Тигезсезлекнең геометрик интерпретациясен күрсәтергә.

4. Максимум һәм минимум билгеләмәләреннән чыгып,

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2}}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

функциясенең $x = 0$ ноктасында минимумы бар, ә

$$f(x) = \begin{cases} x\, e^{-\frac{1}{x^2}}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

Функциясенең $x = 0$ ноктасында экстремумы юк икәнен исбатларга.

5. $\phi'(x)$ чыгарылмасы юк, ләкин $\phi(x)$ функциясе x_0ноктасында өзлексез һәм $\phi(x_0) \neq 0$ булганын исәпкә алып, $f(x) = (x - x_0)^n \phi(x)$ функциясен x_0 ноктасында экстремумга тикшерергә. n— натураль сан.

6. $x^3 - 3x + q$ функциясе максимум һәм минимумнары тамгаларын тикшерергә һәм $x^3 - 3x + q = 0$ тигезләмәсенең а) өч төрле реаль тамыры; б) бер реаль тамыры булу шартларын ачыкларга.

7. $p(x) = 6x^3 - 27x^2 + 36x - 14$ күпбуынының $[0,\ \ 3]$ кисемтәсендә “нульдән тайпылуын” билгеләргә, ягъни бу кисемтәдә $|p(x)|$ функциясенең иң зур кыйммәтен табарга.

8. Рациональ функция графигының асимптоталары булу шартларын билгеләргә.

Чишү өчен мәсьәләләр

1 нче мәсьәлә. Беренче тәртип чыгарылма файдаланып, функцияләрнең графикларын төзергә.

1.1. $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 9.$

1.2. $y = 3x - x^3.$

1.3. $y = x^2(x-2)^2.$

1.4. $y = \frac{(x^3-9x^2)}{4} + 6x - 9.$

1.5. $y = 2 - 3x^2 - x^3.$

1.6. $y = (x+1)^2(x-1)^2.$

1.7. $y = 2x^3 - 3x^2 - 4.$

1.8. $y = 3x^2 - 2 - x^3.$

1.9. $y = (x-1)^2(x-3)^2.$

1.10. $y = \frac{(x^3+3x^2)}{4} - 5.$

1.11. $y = 6x - 8x^3.$

1.12. $y = 16x^2(x-1)^2.$

1.13. $y = 2x^3 + 3x^2 - 5.$

1.14. $y = 2 - 12x^2 - 8x^3.$

1.15. $y = (2x+1)^2(2x-1)^2.$

1.16. $y = 2x^3 + 9x^2 + 12x.$

1.17. $y = 12x^2 - 8x^3 - 2.$

1.18. $y = (2x-1)^2(2x-3)^2.$

1.19. $y = 27\frac{(x^3-x^2)}{4} - 4.$

1.20. $y = x\frac{(12-x^2)}{8}.$

1.21. $y = x^2\frac{(x-4)^2}{16}.$

1.22. $y = 27\frac{(x^3+x^2)}{4} - 5.$

1.23. $y = \frac{(16-6x^2-x^3)}{8}.$

1.24. $y = -\frac{(x^2-4)^2}{16}.$

1.25. $y = 16x^3 - 36x^2 + 24x - 9.$

1.26. $y = \frac{(6x^2-x^3-16)}{8}.$

1.27. $y = -(x-2)^2\frac{(x-6)^2}{16}.$

1.28. $y = 16x^3 - 12x^2 - 4.$

1.29. $y = \frac{(11+9x-3x^2-x^3)}{8}.$

1.30. $y = -(x+1)^2\frac{(x-3)^2}{16}.$

1.31. $y = 16x^3 + 12x^2 - 5.$

2 нче мәсьәлә. Беренче тәртип чыгарылма файдаланып, функцияләрнең графикларын төзергә.

2.1. $y = 1 - \sqrt[3]{x^2 - 2x}.$

2.2. $y = 2x - 3\sqrt[3]{x^2}.$

2.3. $y=\frac{12\sqrt[3]{6(x-2)^2}}{(x^2+8)}$.

2.4. $y=-\frac{12\sqrt[3]{6(x-1)^2}}{(x^2+2x+9)}$.

2.5. $y=1-\sqrt[3]{x^2+2x}$.

2.6. $y=2x+6-3\sqrt[3]{(x+3)^2}$.

2.7. $y=\frac{6\sqrt[3]{6(x-3)^2}}{(x^2-2x+9)}$.

2.8. $y=1-\sqrt[3]{x^2+4x+3}$.

2.9. $y=3\sqrt[3]{(x-3)^2}-2x+6$.

2.10. $y=\frac{6\sqrt[3]{6x^2}}{(x^2+4x+12)}$.

2.11. $y=4x+8-6\sqrt[3]{(x+2)^2}$.

2.12. $y=\frac{3\sqrt[3]{6(x-4)^2}}{(x^2-4x+12)}$.

2.13. $y=\sqrt[3]{x(x+2)}$.

2.14. $y=\sqrt[3]{x^2+4x+3}$.

2.15. $y=\frac{-3\sqrt[3]{6(x+1)^2}}{(x^2+6x+17)}$.

2.16. $y=6\sqrt[3]{(x-2)^2}-4x+8$.

2.17. $y=\frac{3\sqrt[3]{6(x-5)^2}}{(x^2-6x+17)}$.

2.18. $y=2+\sqrt[3]{8x(x+2)}$.

2.19. $y=6x-6-9\sqrt[3]{(x-1)^2}$.

2.20. $y=\sqrt[3]{x^2+6x+8}$.

2.21. $y=\sqrt[3]{4x(x-1)}$.

2.22. $y=\frac{-3\sqrt[3]{6(x+2)^2}}{(x^2+8x+24)}$.

2.23. $y=\sqrt[3]{x(x-2)}$.

2.24. $y=1-\sqrt[3]{x^2-4x+3}$.

2.25. $y=9\sqrt[3]{(x+1)^2}-6x-6$.

2.26. $y=\frac{6\sqrt[3]{6(x+3)^2}}{(x^2+10x+33)}$.

2.27. $y=8x-16-12\sqrt[3]{(x-2)^2}$.

2.28. $y=\frac{-6\sqrt[3]{6(x-6)^2}}{(x^2-8x+24)}$.

2.29. $y=12\sqrt[3]{(x+2)^2}-8x-16$.

2.30. $y=\frac{3\sqrt[3]{6(x-1)^2}}{\left(2(x^2+2x+9)\right)}$.

2.31. $y=3\sqrt[3]{(x+4)^2}-2x-8$.

3 нче мәсьәлә. Бирелгән кисемтәләрдә функцияләрнең иң зур һәм иң кечкенә кыйммәтләрен табарга.

3.1. $y=x^2+\frac{16}{x}-16,\ \ [1,4]$.

3.2. $y=4-x-\frac{4}{x^2},\ \ [1,4]$.

3.3. $y=\sqrt[3]{2(x-2)^2(8-x)}-1,\ \ [0,6]$.

3.4. $y=\frac{2(x^2+3)}{x^2-2x+5},\ \ [-3,3]$.

3.5. $y = 2\sqrt{x} - x, \quad [0, 4]$.

3.6. $y = 1 + \sqrt[3]{2(x-1)^2(x-7)}, \quad [-1, 5]$.

3.7. $y = x - 4\sqrt{x} + 5, \quad [1, 9]$.

3.8. $y = \frac{10x}{1+x^2}, \quad [0, 3]$.

3.9. $y = \sqrt[3]{2(x+1)^2(5-x)} - 2, \quad [-3, 3]$.

3.10. $y = 2x^2 + \frac{108}{x} - 59, \quad [2, 4]$.

3.11. $y = 3 - x - \frac{4}{(x+2)^2}, \quad [-1, 2]$.

3.12. $y = \sqrt[3]{2x^2(x-3)}, \quad [-1, 6]$.

3.13. $y = \frac{2(-x^2+7x-7)}{x^2-2x+2}, \quad [1, 4]$.

3.14. $y = x - 4\sqrt{x+2} + 8, \quad [-1, 7]$.

3.15. $y = \sqrt[3]{2(x-2)^2(5-x)}, \quad [1, 5]$.

3.16. $y = \frac{4x}{4+x^2}, \quad [-4, 2]$.

3.17. $y = -\frac{x^2}{2} + \frac{8}{x} + 8, \quad [-4, -1]$.

3.18. $y = \sqrt[3]{2x^2(x-6)}, \quad [-2, 4]$.

3.19. $y = \frac{-2x(2x+3)}{x^2+4x+5}, \quad [1, 4]$.

3.20. $y = -\frac{2(x^2+3)}{x^2+2x+5}, \quad [-5, 1]$.

3.21. $y = \sqrt[3]{2(x-1)^2(x-4)}, \quad [0, 4]$.

3.22. $y = x^2 - 2x + \frac{16}{x-1} - 13, \quad [2, 5]$.

3.23. $y = 2\sqrt{x-1} - x + 2, \quad [1, 5]$.

3.24. $y = \sqrt[3]{2(x+2)^2(1-x)}, \quad [-3, 4]$.

3.25. $y = -\frac{x^2}{2} + 2x + \frac{8}{x-2} + 5, \quad [-2, 1]$.

3.26. $y = 8x + \frac{4}{x^2} - 15, \quad \left[\frac{1}{2}, 2\right]$.

3.27. $y = \sqrt[3]{2(x+2)^2(x-4)} + 3, \quad [-4, 2]$.

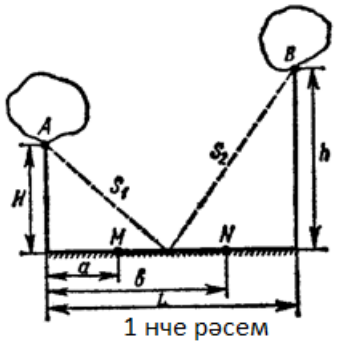
3.28. $y = x^2 + 4x + \frac{16}{x+2} - 9, \quad [-1, 2]$.

3.29. $y = \frac{4}{x^2} - 8x - 15, \quad \left[-2, -\frac{1}{2}\right]$.

3.30. $y = \sqrt[3]{2(x+1)^2(x-2)}, \quad [-2, 5]$.

3.31. $y = -\frac{10x+10}{x^2+2x+2}, \quad [-1, 2]$.

4 нче мәсьәлә



1 нче рәсем

Рәс. 1. 1– 10 вариантлар.

Балыкчыга А утравыннан В утравына күчәргә кирәк (1 нче рәсем). Үз запасларын тулыландыру өчен ул ярның MN өлкәсенә эләгергә тиеш. Балыкчының иң кыска юлын $s = s_1 + s_2$ табарга.

4.1. $a = 200, \quad b = 300, \quad H = 400, \quad h = 300, \quad L = 700$.

4.2. $a = 400, \quad b = 600, \quad H = 800, \quad h = 600, \quad L = 1400$.

4.3. $a = 600, \quad b = 900, \quad H = 1200, \quad h = 900, \quad L = 2100$.

4.4. $a = 800, \quad b = 1200, \quad H = 1600, \quad h = 1200, \quad L = 2800$.

4.5. $a = 1000, \quad b = 1500, \quad H = 2000, \quad h = 1500, \quad L = 3500$.

4.6. $a = 400, \quad b = 500, \quad H = 300, \quad h = 400, \quad L = 700$.

4.7. $a = 800, \quad b = 1000, \quad H = 600, \quad h = 800, \quad L = 1400$.

4.8. $a = 1200, \quad b = 1500, \quad H = 900, \quad h = 1200, \quad L = 2100$.

4.9. $a = 1600, \quad b = 2000, \quad H = 1200, \quad h = 1600, \quad L = 2800$.

4.10. $a = 2000, \quad b = 2500, \quad H = 1500, \quad h = 2000, \quad L = 3500$.

11 – 20 вариантлар.

Имтиханга әзерләнгәдә студент t көн дәвамында курсның $\frac{t}{t+k}$ өлешен укый, ә αt өлешен оныта. Курсның максималь өлеше өйрәнелсен өчен ничә көн кирәк?

4.11. $k = \frac{1}{2}$, $\alpha = \frac{2}{49}$.

4.12. $k = \frac{1}{2}$, $\alpha = \frac{2}{81}$.

4.13. $k = \frac{1}{2}$, $\alpha = \frac{2}{121}$.

4.14. $k = \frac{1}{2}$, $\alpha = \frac{2}{169}$.

4.15. $k = 1$, $\alpha = \frac{1}{25}$.

4.16. $k = 1$, $\alpha = \frac{1}{16}$.

4.17. $k = 1$, $\alpha = \frac{1}{36}$.

4.18. $k = 1$, $\alpha = \frac{1}{49}$.

4.19. $k = 2$, $\alpha = \frac{1}{18}$.

4.20. $k = 2$, $\alpha = \frac{2}{49}$.

21 – 31 вариантлар.

Тело массой $m_0 = 3000$ кг массалы җисем H м биеклегеннән төшә һәм төшкәндә төшү вакытына пропорциональ массасын югалта (яна). Пропорциональлек коэффициенты $k = 100$ кг/с^2. Башлангыч тизлек $v_0 = 0$, тизләнеш $g = 10$ м/с^2 дип алып һәм һава каршылыгын исәпкә алмыйча, җисемнең иң зур кинетик энергиясен табарга.

4.21. $H = 500$.

4.22. $H = 605$.

4.23. $H = 720$.

4.24. $H = 845$.

4.25. $H = 980$.

4.26. $H = 1125$.

4.27. $H = 1280$.

4.28. $H = 1445$.

4.29. $H = 1620$.

4.30. $H = 1805$.

4.31. $H = 2000$.

5 нче мәсьәлә. Югары тәртип чыгарылмалары ярдәмендә функциянең бирелгән нокталар тирәлегендә тәртибен тикшерергә.

5.1. $y = x^2 - 4x - (x-2)\,ln(x-1)$, $x_0 = 2$.

5.2. $y = 4x - x^2 - 2\,cos(x-2)$, $x_0 = 2$.

5.3. $y = 6\,e^{x-2} - x^3 + 3x^2 - 6x$, $x_0 = 2$.

5.4. $y = 2\,ln(x+1) - 2x + x^2 + 1, \quad x_0 = 0.$

5.5. $y = 2x - x^2 - 2\,cos(x-1), \quad x_0 = 1.$

5.6. $y = cos^2(x+1) + x^2 + 2x, \quad x_0 = -1.$

5.7. $y = 2\,ln\,x + x^2 - 4x + 3, \quad x_0 = 1.$

5.8. $y = 1 - 2x - x^2 - 2\,cos(x+1), \quad x_0 = -1.$

5.9. $y = x^2 + 6x + 8 - 2\,e^{x+2}, \quad x_0 = -2.$

5.10. $y = 4x + x^2 - 2\,e^{x+1}, \quad x_0 = -1.$

5.11. $y = (x+1)\,sin(x+1) - 2x - x^2, \quad x_0 = -1.$

5.12. $y = 6\,e^{x-1} - 3x - x^3, \quad x_0 = 1.$

5.13. $y = 2x + x^2 - (x+1)\,ln(2+x), \quad x_0 = -1.$

5.14. $y = sin^2(x+1) - 2x - x^2, \quad x_0 = -1.$

5.15. $y = x^2 + 4x + cos^2(x+2), \quad x_0 = -2.$

5.16. $y = x^2 + 2\,ln(x+2), \quad x_0 = -1.$

5.17. $y = 4x - x^2 + (x-2)\,sin(x-2), \quad x_0 = 2.$

5.18. $y = 6\,e^x - x^3 - 3x^2 - 6x - 5, \quad x_0 = 0.$

5.19. $y = x^2 - 2x - 2\,e^{x-2}, \quad x_0 = 2.$

5.20. $y = sin^2(x+2) - x^2 - 4x - 4, \quad x_0 = -2.$

5.21. $y = cos^2(x-1) + x^2 - 2x, \quad x_0 = 1.$

5.22. $y = x^2 - 2x - (x-1)\,ln\,x, \quad x_0 = 1.$

5.23. $y = (x-1)\,sin(x-1) + 2x - x^2, \quad x_0 = 1.$

5.24. $y = x^2 - 4x + cos^2(x-2), \quad x_0 = 2.$

5.25. $y = x^4 + 4x^3 + 12x^2 + 24(x + 1 - e^x), \quad x_0 = 0.$

5.26. $y = sin^2(x-2) - x^2 + 4x - 4, \quad x_0 = 2.$

5.27. $y = 6\,e^{x+1} - x^3 - 6x^2 - 15x - 16, \quad x_0 = -1.$

5.28. $y = sin\,x + sh\,x - 2x, \quad x_0 = 0.$

5.29. $y = sin^2(x-1) - x^2 + 2x, \quad x_0 = 1.$

5.30. $y = cos\,x + ch\,x, \quad x_0 = 0.$

5.31. $y = x^2 - 2\,e^{x-1}, \quad x_0 = 1.$

6 нчы мәсьәлә. Асимптоталарны табарга һәм функцияләрнең графикларын төзергә.

6.1. $y=\frac{(17-x^2)}{(4x-5)}$.

6.2. $y=\frac{(x^2+1)}{\sqrt{4x^2-3}}$.

6.3. $y=\frac{(x^3-4x)}{(3x^2-4)}$.

6.4. $y=\frac{(4x^2+9)}{(4x+8)}$.

6.5. $y=\frac{(4x^3+3x^2-8x-2)}{(2-3x^2)}$.

6.6. $y=\frac{(x^2-3)}{\sqrt{3x^2-2}}$.

6.7. $y=\frac{(2x^2-6)}{(x-2)}$.

6.8. $y=\frac{(2x^3+2x^2-3x-1)}{(2-4x^2)}$.

6.9. $y=\frac{(x^3-5x)}{(5-3x^2)}$.

6.10. $y=\frac{(2x^2-6x+4)}{(3x-2)}$.

6.11. $y=\frac{(2-x^2)}{\sqrt{9x^2-4}}$.

6.12. $y=\frac{(4x^3-3x)}{(4x^2-1)}$.

6.13. $y=\frac{(3x^2-7)}{(2x+1)}$.

6.14. $y=\frac{(x^2+16)}{\sqrt{9x^2-8}}$.

6.15. $y=\frac{(x^3+3x^2-2x-2)}{(2-3x^2)}$.

6.16. $y=\frac{(21-x^2)}{(7x+9)}$.

6.17. $y=\frac{(2x^2-1)}{\sqrt{x^2-2}}$.

6.18. $y=\frac{(2x^3-3x^2-2x+1)}{(1-3x^2)}$.

6.19. $y=\frac{(x^2-11)}{(4x-3)}$.

6.20. $y=\frac{(2x^2-9)}{\sqrt{x^2-1}}$.

6.21. $y=\frac{(x^3-2x^2-3x+2)}{(1-x^2)}$.

6.22. $y=\frac{(x^2+2x-1)}{(2x+1)}$.

6.23. $y=\frac{(x^3+x^2-3x-1)}{(2x^2-2)}$.

6.24. $y=\frac{(x^2+6x+9)}{(x+4)}$.

6.25. $y=\frac{(3x^2-10)}{\sqrt{4x^2-1}}$.

6.26. $y=\frac{(x^2-2x+2)}{(x+3)}$.

6.27. $y=\frac{(2x^3+2x^2-9x-3)}{(2x^2-3)}$.

6.28. $y=\frac{(3x^2-10)}{(3-2x)}$.

6.29. $y=\frac{(-x^2-4x+13)}{(4x+3)}$.

6.30. $y=\frac{(-8-x^2)}{\sqrt{x^2-4}}$.

6.31. $y=\frac{(9-10x^2)}{\sqrt{4x^2-1}}$.

7 нче мәсьәлә. Функцияләрне тулаем тикшерүне башкарырга һәм аларның графикларын төзергә.

7.1. $y=\frac{(x^3+4)}{x^2}$.

7.2. $y=\frac{(x^2-x+1)}{(x-1)}$.

7.3. $y = \frac{2}{(x^2+2x)}$.

7.4. $y = \frac{4x^2}{(3+x^2)}$.

7.5. $y = \frac{12x}{(9+x^2)}$.

7.6. $y = \frac{(x^2-3x+3)}{(x-1)}$.

7.7. $y = \frac{(4-x^3)}{x^2}$.

7.8. $y = \frac{(x^2-4x+1)}{(x-4)}$.

7.9. $y = \frac{(2x^3+1)}{x^2}$.

7.10. $y = \frac{(x-1)^2}{x^2}$.

7.11. $y = \frac{x^2}{(x-1)^2}$.

7.12. $y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2$.

7.13. $y = \frac{(12-3x^2)}{(x^2+12)}$.

7.14. $y = \frac{(9+6x-3x^2)}{(x^2-2x+13)}$.

7.15. $y = -\frac{8x}{(x^2+4)}$.

7.16. $y = \left(\frac{(x-1)}{(x+1)}\right)^2$.

7.17. $y = \frac{(3x^4+1)}{x^3}$.

7.18. $y = \frac{4x}{(x+1)^2}$.

7.19. $y = \frac{8(x-1)}{(x+1)^2}$.

7.20. $y = \frac{(1-2x^3)}{x^2}$.

7.21. $y = \frac{4}{(x^2+2x-3)}$.

7.22. $y = \frac{4}{(3+2x-x^2)}$.

7.23. $y = \frac{(x^2+2x-7)}{(x^2+2x-3)}$.

7.24. $y = \frac{1}{(x^4-1)}$.

7.25. $y = -\left(\frac{x}{(x+2)}\right)^2$.

7.26. $y = \frac{(x^3-32)}{x^2}$.

7.27. $y = \frac{4(x+1)^2}{(x^2+2x+4)}$.

7.28. $y = \frac{(3x-2)}{x^3}$.

7.29. $y = \frac{(x^2-6x+9)}{(x-1)^2}$.

7.30. $y = \frac{(x^3-27x+54)}{x^3}$.

7.31. $y = \frac{(x^3-4)}{x^2}$.

8 нче мәсьәлә. Функцияләрне тулаем тикшерүне башкарырга һәм аларның графикларын төзергә.

8.1. $y = (2x + 3)\, e^{-2(x+1)}$.

8.2. $y = \frac{e^{2(x+1)}}{2(x+1)}$.

8.3. $y = 3\, ln\frac{x}{x-3} - 1$.

8.4. $y = (3 - x)\, e^{x-2}$.

8.5. $y = \frac{e^{2-x}}{2-x}$.

8.6. $y = ln\frac{x}{x+2} + 1$.

8.7. $y = (x-2)\,e^{3-x}$.

8.8. $y = \frac{e^{2(x-1)}}{2(x-1)}$.

8.9. $y = 3 - 3\,ln\frac{x}{x+4}$.

8.10. $y = -(2x+1)\,e^{2(x+1)}$.

8.11. $y = \frac{e^{2(x+2)}}{2(x+2)}$.

8.12. $y = ln\frac{x}{x-2} - 2$.

8.13. $y = (2x+5)\,e^{-2(x+2)}$.

8.14. $y = \frac{e^{3-x}}{3-x}$.

8.15. $y = 2\,ln\frac{x}{x+1} - 1$.

8.16. $y = (4-x)\,e^{x-3}$.

8.17. $y = -\frac{e^{-2(x+2)}}{2(x+2)}$.

8.18. $y = 2\,ln\frac{x+3}{x} - 3$.

8.19. $y = (2x-1)\,e^{2(1-x)}$.

8.20. $y = -\frac{e^{-(x+2)}}{x+2}$.

8.21. $y = 2\,ln\frac{x}{x-4} - 3$.

8.22. $y = -(x+1)\,e^{x+2}$.

8.23. $y = \frac{e^{x+3}}{x+3}$.

8.24. $y = ln\frac{x}{x+5} - 1$.

8.25. $y = -(2x+3)\,e^{2(x+2)}$.

8.26. $y = -\frac{e^{-2(x-)}}{2(x-1)}$.

8.27. $y = ln\frac{x-5}{x} + 2$.

8.28. $y = (x+4)\,e^{-(x+3)}$.

8.29. $y = \frac{e^{x-3}}{x-3}$.

8.30. $y = ln\frac{x+6}{x} - 1$.

8.31. $y = 2\,ln\frac{x-1}{x} + 1$.

9 нчы мәсьәлә. Функцияләрне тулаем тикшерүне башкарырга һәм аларның графикларын төзергә.

9.1. $y = \sqrt[3]{(2-x)(x^2-4x+1)}$.

9.2. $y = -\sqrt[3]{(x+3)(x^2+6x+6)}$.

9.3. $y = \sqrt[3]{(x+2)(x^2+4x+1)}$.

9.4. $y = \sqrt[3]{(x+1)(x^2+2x-2)}$.

9.5. $y = \sqrt[3]{(x-1)(x^2-2x-2)}$.

9.6. $y = \sqrt[3]{(x-3)(x^2-6x+6)}$.

9.7. $y = \sqrt[3]{(x^2-4x+3)^2}$.

9.8. $y = \sqrt[3]{x^2(x+2)^2}$.

9.9. $y = \sqrt[3]{x^2(x-2)^2}$.

9.10. $y = \sqrt[3]{(x^2-2x-3)^2}$.

9.11. $y = \sqrt[3]{x^2(x+4)^2}$.

9.12. $y = \sqrt[3]{x^2(x-4)^2}$.

9.13. $y = \sqrt[3]{(x+3)x^2}$.

9.14. $y = \sqrt[3]{(x-1)(x+2)^2}$.

9.15. $y = \sqrt[3]{(x-1)^2} - \sqrt[3]{x^2}$.

9.16. $y = \sqrt[3]{(x+6)x^2}$.

9.17. $y = \sqrt[3]{(x-4)(x+2)^2}$.

9.18. $y = \sqrt[3]{(x-1)^2} - \sqrt[3]{(x-2)^2}$.

9.19. $y = \sqrt[3]{(x+1)(x-2)^2}$.

9.20. $y = \sqrt[3]{(x-3)x^2}$.

9.21. $y = \sqrt[3]{(x-2)^2} - \sqrt[3]{(x-3)^2}$.

9.22. $y = \sqrt[3]{(x+2)(x-4)^2}$.

9.23. $y = \sqrt[3]{(x-6)x^2}$.

9.24. $y = \sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{(x-1)^2}$.

9.25. $y = \sqrt[3]{x(x-3)^2}$.

9.26. $y = \sqrt[3]{x(x+3)^2}$.

9.27. $y = \sqrt[3]{(x+2)^2} - \sqrt[3]{(x+3)^2}$.

9.28. $y = \sqrt[3]{x(x-6)^2}$.

9.29. $y = \sqrt[3]{x(x+6)^2}$.

9.30. $y = \sqrt[3]{(x+1)^2} - \sqrt[3]{(x+2)^2}$.

9.31. $y = \sqrt[3]{x(x-1)^2}$.

10 нчы мәсьәлә. Функцияләрне тулаем тикшерүне башкарырга һәм аларның графикларын төзергә.

10.1. $y = e^{\sin x + \cos x}$.

10.2. $y = arctg\left[\frac{(\sin x+\cos x)}{\sqrt{2}}\right]$.

10.3. $y = ln(\sin x + \cos x)$.

10.4. $y = \frac{1}{(\sin x+\cos x)}$.

10.5. $y = e^{\sqrt{2}\sin x}$.

10.6. $y = arctg(\sin x)$.

10.7. $y = ln\left(\sqrt{2}\sin x\right)$.

10.8. $y = \frac{1}{(\sin x-\cos x)}$.

10.9. $y = e^{\sin x-\cos x}$.

10.10. $y = arctg\left[\frac{(\sin x-\cos x)}{\sqrt{2}}\right]$.

10.11. $y = ln(\sin x - \cos x)$.

10.12. $y = \frac{1}{(\sin x+\cos x)^2}$.

10.13. $y = e^{-\sqrt{2}\cos x}$.

10.14. $y = -arctg(\cos x)$.

10.15. $y = ln\left(-\sqrt{2}\cos x\right)$.

10.16. $y = \frac{1}{(\sin x-\cos x)^2}$.

10.17. $y = e^{-\sin x-\cos x}$.

10.18. $y = \sqrt[3]{\sin x}$.

10.19. $y = ln(-\sin x - \cos x)$.

10.20. $y = \sqrt{\frac{(\sin x-\cos x)}{\sqrt{2}}}$.

10.21. $y = e^{-\sqrt{2}\sin x}$.

10.22. $y = \sqrt[3]{\cos x}$.

10.23. $y = ln\left(-\sqrt{2}\sin x\right)$.

10.24. $y = \sqrt{\cos x}$.

10.25. $y = e^{cos\,x - sin\,x}$.

10.26. $y = \sqrt[3]{\frac{(sin\,x + cos\,x)}{\sqrt{2}}}$.

10.27. $y = ln(cos\,x - sin\,x)$.

10.28. $y = \sqrt{sin\,x}$.

10.29. $y = e^{\sqrt{2}\,cos\,x}$.

10.30. $y = \sqrt{\frac{(sin\,x + cos\,x)}{\sqrt{2}}}$.

10.31. $y = ln\left(\sqrt{2}\,cos\,x\right)$.

IV. ИНТЕГРАЛЛАР

Теоретик сораулар

1. Башлангыч функция төшенчәсе һәм аныксыз интеграл
2. Аныксыз интеграл үзлекләре
3. Интегралларны исәпләү методлары
4. Рациональ вакланмаларны интегралау
5. Иррациональ аңлатмаларны интегралау
6. Тригонометрик интегралар
7. “Исәпләнелмәүче” интегралар
8. Анык интеграл
9. Анык интегралның геометрик мәгънәсе
10. Анык интеграл булуның җитәрлек шарты
11. Өске чиге үзгәрешле булган анык интеграл
12. Интегралауның чиксез чикләре булган үз булмаган интегралар

Теоретик күнегүләр

1. $\frac{\sin x}{x}$ функциясе $x = 0$ булганда 1 дип алып, аның $[0,\ 1]$ кисемтәсендә интегралануын исбатлагыз.

2. Кайсы интеграл зуррак:

$$\int_0^1 \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 dx \text{ яки } \int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx?$$

3. $f(t)$ – өзлексез функция, ә $\phi(x)$ һәм $\psi(x)$ дифференциалланучы функцияләр булсыннар. Исбатлагыз:

$$\frac{d}{dx}\int_{\phi(x)}^{\psi(x)} f(t)dt = f[\psi(x)]\psi'(x) - f[\phi(x)]\phi'(x).$$

4. Табарга: $\frac{d}{dx}\int_{\sqrt{x}}^{x^2} e^{t^2}\, d\, t.$

5. Функциянең экстремум нокталарын табарга:

$$f(x) = \int_0^x (t-1)(t-2)\, e^{-t^2}\, d\, t.$$

6. $f(x)$ – периоды T булган өзлексез периодик функция булсын. Исбатларга:

$$\int_a^{a+T} f(x)dx = \int_0^T f(x)dx \quad \forall a.$$

7. Әгәр $f(x)$ – җөп функция икән, исбатларга:

$$\int_{-a}^{0} f(x)dx = \int_0^{+a} f(x)dx = \frac{1}{2}\int_{-a}^{+a} f(x)dx.$$

8. Так $f(x)$ өчен тигезлекләрне исбатларга: справедливы равенства

$$\int_{-a}^{0} f(x)dx = -\int_0^{+a} f(x)dx \text{ һәм } \int_{-a}^{a} f(x)dx = 0.$$

Интеграл күпмегә тигез: $\int_{-1}^{+1} sin^2 x\, ln\frac{2+x}{2-x}dx$?

9. a, b, c коэффициентларын бәйләүче нинди шартларда интеграл $\int \frac{ax^2+bx+c}{x^3(x-1)^2}dx$ рациональ функция булып тора?

10. Нинди бөтен n өчен интеграл $\int \sqrt{1+x^4}dx$ элементар функцияләр белән белдерелә?

Чишү өчен мәсьәләләр

1 нче мәсьәлә. Аныксыз интегралларны исәпләргә.

1.1. $\int(4-3x)e^{-3x}dx.$

1.2. $\int arctg\sqrt{4x-1}\,dx.$

1.3. $\int(3x+4)e^{3x}dx.$

1.4. $\int(4x-2)\,cos\,2\,xdx.$

1.5. $\int(4-16x)\,sin\,4\,xdx.$

1.6. $\int(5x-2)e^{3x}dx.$

1.7. $\int(1-6x)e^{2x}dx.$

1.8. $\int ln(x^2+4)\,dx.$

1.9. $\int ln(4x^2+1)\,dx.$

1.10. $\int(2-4x)\,sin\,2\,xdx.$

1.11. $\int \text{arctg}\sqrt{6x-1}dx.$

1.12. $\int e^{-2x}(4x-3)dx.$

1.13. $\int e^{-3x}(2-9x)dx.$

1.14. $\int \text{arctg}\sqrt{2x-1}dx.$

1.15. $\int \text{arctg}\sqrt{3x-1}dx.$

1.16. $\int \text{arctg}\sqrt{5x-1}dx.$

1.17. $\int(5x+6)\,cos\,2\,xdx.$

1.18. $\int(3x-2)\,cos\,5\,xdx.$

1.19. $\int\left(x\sqrt{2}-3\right)cos\,2\,xdx.$

1.20. $\int(4x+7)\,cos\,3\,xdx.$

1.21. $\int(2x-5)\,cos\,4\,xdx.$

1.22. $\int(8-3x)\,cos\,5\,xdx.$

1.23. $\int(x+5)\,sin\,3\,xdx.$

1.24. $\int(2-3x)\,sin\,2\,xdx.$

1.25. $\int(4x+3)\,sin\,5\,xdx.$

1.26. $\int(7x-10)\,sin\,4\,xdx.$

1.27. $\int\left(\sqrt{2}-8x\right)sin\,3\,xdx.$

1.28. $\int\frac{xdx}{cos^2\,x}.$

1.29. $\int\frac{xdx}{sin^2\,x}.$

1.30. $\int x\,sin^2\,x\,dx.$

1.31. $\int\frac{x\,cos\,xdx}{sin^3\,x}.$

2 нче мәсьәлә. Анык интегралларны исәпләргә.

2.1. $\int_{-2}^{0}(x^2+5x+6)\,cos\,2\,xdx.$

2.2. $\int_{-2}^{0}(x^2-4)\,cos\,3\,xdx.$

2.3. $\int_{-1}^{0}(x^2+4x+3)\,cos\,x\,dx.$

2.4. $\int_{-2}^{0}(x+2)^2\,cos\,3\,xdx.$

2.5. $\int_{-4}^{0}(x^2+7x+12)\,cos\,x\,dx.$

2.6. $\int_{0}^{\pi}(2x^2+4x+7)\,cos\,2\,xdx.$

2.7. $\int_{0}^{\pi}(9x^2+9x+11)\,cos\,3\,xdx.$

2.8. $\int_{0}^{\pi}(8x^2+16x+17)\,cos\,4\,xdx.$

2.9. $\int_{0}^{2\pi}(3x^2+5)\,cos\,2\,xdx.$

2.10. $\int_{0}^{2\pi}(2x^2-15)\,cos\,3\,xdx.$

2.11. $\int_{0}^{2\pi}(3-7x^2)\,cos\,2\,xdx.$

2.12. $\int_{0}^{2\pi}(1-8x^2)\,cos\,4\,xdx.$

2.13. $\int_{-1}^{0}(x^2+2x+1)\,sin\,3\,xdx.$

2.14. $\int_{0}^{3}(x^2-3x)\,sin\,2\,xdx.$

2.15. $\int_{0}^{\pi}(x^2-3x+2)\,sin\,x\,dx.$

2.16. $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}(x^2-5x+6)\,sin\,3\,xdx.$

2.17. $\int_{-3}^{0}(x^2+6x+9)\,sin\,2\,xdx.$

2.18. $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}}(x^2+17{,}5)\,sin\,2\,xdx.$

2.19. $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}}(1-5x^2)\,sin\,x\,dx.$

2.20. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{3}(3x-x^2)\,sin\,2\,xdx.$

2.21. $\int_{1}^{2}x\,ln^2\,x\,dx.$

2.22. $\int_{1}^{e^2}\frac{ln^2\,xdx}{\sqrt{x}}.$

2.23. $\int_{1}^{8}\frac{ln^2\,xdx}{\sqrt[3]{x^2}}.$

2.24. $\int_{0}^{1}(x+1)\,ln^2(x+1)\,dx.$

2.25. $\int_{2}^{3}(x-1)^3\,ln^2(x-1)\,dx.$

2.26. $\int_{-1}^{0}(x+2)^3\,ln^2(x+2)\,dx.$

2.27. $\int_{0}^{2}(x+1)^2\,ln^2(x+1)\,dx.$

2.28. $\int_{1}^{e}\sqrt{x}\,ln^2\,x\,dx.$

2.29. $\int_{-1}^{1}x^2\,e^{-\frac{x}{2}}\,d\,x.$

2.30. $\int_{0}^{1}x^2\,e^{3x}\,d\,x.$

2.31. $\int_{-2}^{0}(x^2+2)\,e^{\frac{x}{2}}\,d\,x.$

3 нче мәсьәлә. Аныксыз интегралларны исәпләргә.

3.1. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}}$.

3.2. $\int \frac{1+\ln x}{x}\,dx$.

3.3. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$.

3.4. $\int \frac{x^2+\ln x^2}{x}\,dx$.

3.5. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^4+x^2+1}}$.

3.6. $\int \frac{(arccos\,x)^3-1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$.

3.7. $\int tg\,x\,lncos\,x\,dx$.

3.8. $\int \frac{tg(x+1)}{cos^2(x+1)}\,dx$.

3.9. $\int \frac{x^3}{(x^2+1)^2}\,dx$.

3.10. $\int \frac{1-cos\,x}{(x-sin\,x)^2}\,dx$.

3.11. $\int \frac{sin\,x-cos\,x}{(cos\,x+sin\,x)^5}\,dx$.

3.12. $\int \frac{x\,cos\,x+sin\,x}{(x\,sin\,x)^2}\,dx$.

3.13. $\int \frac{x^3+x}{x^4+1}\,dx$.

3.14. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^4-x^2-1}}$.

3.15. $\int \frac{xdx}{\sqrt[3]{x-1}}$.

3.16. $\int \frac{1+ln(x-1)}{x-1}\,dx$.

3.17. $\int \frac{(x^2+1)dx}{(x^3+3x+1)^5}$.

3.18. $\int \frac{4\,arctg\,x-x}{1+x^2}\,dx$.

3.19. $\int \frac{x^3}{x^2+4}\,dx$.

3.20. $\int \frac{x+cos\,x}{x^2+2\,sin\,x}\,dx$.

3.21. $\int \frac{2\,cos\,x+3\,sin\,x}{(2\,sin\,x-3\,cos\,x)^3}\,dx$.

3.22. $\int \frac{8x-arctg\,2x}{1+4x^2}\,dx$.

3.23. $\int \frac{\frac{1}{(2\sqrt{x})}+1}{(\sqrt{x}+x)^2}\,dx$.

3.24. $\int \frac{x}{x^4+1}\,dx$.

3.25. $\int \frac{x+\frac{1}{x}}{\sqrt{x^2+1}}\,dx$.

3.26. $\int \frac{x-\frac{1}{x}}{\sqrt{x^2+1}}\,dx$.

3.27. $\int \frac{arctg\,x+x}{1+x^2}\,dx$.

3.28. $\int \frac{x-(arctg\,x)^4}{1+x^2}\,dx$.

3.29. $\int \frac{x^3}{x^2+1}\,dx$.

3.30. $\int \frac{(arcsin\,x)^2+1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$.

3.31. $\int \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}(x+1)}\,dx$.

4 нче мәсьәлә. Анык интегралларны исәпләргә.

4.1. $\int_{e+1}^{e^2+1} \frac{1+ln(x-1)}{x-1}\,dx$.

4.2. $\int_0^1 \frac{(x^2+1)dx}{(x^3+3x+1)^2}$.

4.3. $\int_0^1 \frac{4\,arctg\,x-x}{1+x^2}\,dx$.

4.4. $\int_0^2 \frac{x^3dx}{x^2+4}$.

4.5. $\int_{\pi}^{2\pi} \frac{x+\cos x}{x^2+2\sin x}\,dx$.

4.6. $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \frac{2\cos x+3\sin x}{(2\sin x-3\cos x)^3}\,dx$.

4.7. $\int_{0}^{\frac{1}{2}} \frac{8x-arctg\,2x}{1+4x^2}\,dx$.

4.8. $\int_{1}^{4} \frac{\frac{1}{(2\sqrt{x})+1}}{(\sqrt{x}+x)^2}\,dx$.

4.9. $\int_{0}^{1} \frac{xdx}{x^4+1}$.

4.10. $\int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{8}} \frac{x+\frac{1}{x}}{\sqrt{x^2+1}}\,dx$.

4.11. $\int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{8}} \frac{x-\frac{1}{x}}{\sqrt{x^2+1}}\,dx$.

4.12. $\int_{0}^{\sqrt{3}} \frac{arctg\,x+x}{1+x^2}\,dx$.

4.13. $\int_{0}^{\sqrt{3}} \frac{x-(arctg\,x)^4}{1+x^2}\,dx$.

4.14. $\int_{0}^{1} \frac{x^3}{x^2+1}\,dx$.

4.15. $\int_{0}^{\sin 1} \frac{(arcsin\,x)^2+1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$.

4.16. $\int_{1}^{3} \frac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}(x+1)}\,dx$.

4.17. $\int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{8}} \frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}}$.

4.18. $\int_{1}^{e} \frac{1+ln\,x}{x}\,dx$.

4.19. $\int_{\sqrt{2}}^{2} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$.

4.20. $\int_{1}^{e} \frac{x^2+ln\,x^2}{x}\,dx$.

4.21. $\int_{0}^{1} \frac{xdx}{\sqrt{x^4+x^2+1}}$.

4.22. $\int_{0}^{1} \frac{x^3dx}{(x^2+1)^2}$.

4.23. $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} tg\,x\,lncos\,x\,dx$.

4.24. $\int_{-1}^{0} \frac{tg(x+1)}{cos^2(x+1)}\,dx$.

4.25. $\int_{0}^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{(arccos\,x)^3-1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$.

4.26. $\int_{\pi}^{2\pi} \frac{1-cos\,x}{(x-sin\,x)^2}\,dx$.

4.27. $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \frac{sin\,x-cos\,x}{(cos\,x+sin\,x)^5}\,dx$.

4.28. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{x\cos x+\sin x}{(x\sin x)^2}\,dx$.

4.29. $\int_{0}^{1} \frac{x^3+x}{x^4+1}\,dx$.

4.30. $\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} \frac{xdx}{\sqrt{x^4-x^2-1}}$.

4.31. $\int_{2}^{9} \frac{xdx}{\sqrt[3]{x-1}}$.

5 нче мәсьәлә. Аныксыз интегралларны табарга.

5.1. $\int \frac{x^3+1}{x^2-x}\,dx$.

5.2. $\int \frac{3x^3+1}{x^2-1}\,dx$.

5.3. $\int \frac{x^3-17}{x^2-4x+3}\,dx$.

5.4. $\int \frac{2x^3+5}{x^2-x-2}\,dx$.

5.5. $\int \frac{2x^3-1}{x^2+x-6}\,dx$.

5.6. $\int \frac{3x^3+25}{x^2+3x+2}\,dx$.

5.7. $\int \frac{x^3+2x^2+3}{(x-1)(x-2)(x-3)}\,dx$.

5.8. $\int \frac{3x^3+2x^2+1}{(x+2)(x-2)(x-1)}\,dx$.

5.9. $\int \frac{x^3}{(x-1)(x+1)(x+2)}\,dx$.

5.10. $\int \frac{x^3-3x^2-12}{(x-4)(x-3)(x-2)}\,dx$.

5.11. $\int \frac{x^3-3x^2-12}{(x-4)(x-3)x}\,dx.$

5.12. $\int \frac{4x^3+x^2+2}{x(x-1)(x-2)}\,dx.$

5.13. $\int \frac{3x^3-2}{x^3-x}\,dx.$

5.14. $\int \frac{x^3-3x^2-12}{(x-4)(x-2)x}\,dx.$

5.15. $\int \frac{x^5-x^3+1}{x^2-x}\,dx.$

5.16. $\int \frac{x^5+3x^3-1}{x^2+x}\,dx.$

5.17. $\int \frac{2x^5-8x^3+3}{x^2-2x}\,dx.$

5.18. $\int \frac{3x^5-12x^3-7}{x^2+2x}\,dx.$

5.19. $\int \frac{-x^5+9x^3+4}{x^2+3x}\,dx.$

5.20. $\int \frac{-x^5+25x^3+1}{x^2+5x}\,dx.$

5.21. $\int \frac{x^3-5x^2+5x+23}{(x-1)(x+1)(x-5)}\,dx.$

5.22. $\int \frac{x^5+2x^4-2x^3+5x^2-7x+9}{(x+3)(x-1)x}\,dx.$

5.23. $\int \frac{2x^4-5x^2-8x-8}{x(x-2)(x+2)}\,dx.$

5.24. $\int \frac{4x^4+2x^2-x-3}{x(x-1)(x+1)}\,dx.$

5.25. $\int \frac{3x^4+3x^3-5x^2+2}{x(x-1)(x+2)}\,dx.$

5.26. $\int \frac{2x^4+2x^3-41x^2+20}{x(x-4)(x+5)}\,dx.$

5.27. $\int \frac{x^5-x^4-6x^3+13x+6}{x(x-3)(x+2)}\,dx.$

5.28. $\int \frac{3x^3-x^2-12x-2}{x(x+1)(x-2)}\,dx.$

5.29. $\int \frac{2x^4+2x^3-3x^2+2x-9}{x(x-1)(x+3)}\,dx.$

5.30. $\int \frac{2x^3-x^2-7x-12}{x(x-3)(x+1)}\,dx.$

5.31. $\int \frac{2x^3-40x-8}{x(x+4)(x-2)}\,dx.$

6 нчы мәсьәлә. Аныксыз интегралларны табарга.

6.1. $\int \frac{x^3+6x^2+13x+9}{(x+1)(x+2)^3}\,dx.$

6.2. $\int \frac{x^3+6x^2+13x+8}{x(x+2)^3}\,dx.$

6.3. $\int \frac{x^3-6x^2+13x-6}{(x+2)(x-2)^3}\,dx.$

6.4. $\int \frac{x^3+6x^2+14x+10}{(x+1)(x+2)^3}\,dx.$

6.5. $\int \frac{x^3-6x^2+11x-10}{(x+2)(x-2)^3}\,dx.$

6.6. $\int \frac{x^3+6x^2+11x+7}{(x+1)(x+2)^3}\,dx.$

6.7. $\int \frac{2x^3+6x^2+7x+1}{(x-1)(x+1)^3}\,dx.$

6.8. $\int \frac{x^3+6x^2+10x+10}{(x-1)(x+2)^3}\,dx.$

6.9. $\int \frac{2x^3+6x^2+7x+2}{x(x+1)^3}\,dx.$

6.10. $\int \frac{x^3-6x^2+13x-8}{x(x-2)^3}\,dx.$

6.11. $\int \frac{x^3-6x^2+13x-7}{(x+1)(x-2)^3}\,dx.$

6.12. $\int \frac{x^3-6x^2+14x-6}{(x+1)(x-2)^3}\,dx.$

6.13. $\int \frac{x^3-6x^2+10x-10}{(x+1)(x-2)^3}\,dx.$

6.14. $\int \frac{x^3+x+2}{(x+2)x^3}\,dx.$

6.15. $\int \frac{3x^3+9x^2+10x+2}{(x-1)(x+1)^3}\,dx.$

6.16. $\int \frac{2x^3+x+1}{(x+1)x^3}\,dx.$

6.17. $\int \frac{2x^3+6x^2+7x+4}{(x+2)(x+1)^3}\,dx.$

6.18. $\int \frac{2x^3+6x^2+5x}{(x+2)(x+1)^3}\,dx.$

6.19. $\int \frac{2x^3+6x^2+7x}{(x-2)(x+1)^3}\,dx.$

6.20. $\int \frac{2x^3+6x^2+5x+4}{(x-2)(x+1)^3}\,dx.$

6.21. $\int \frac{x^3+6x^2+4x+24}{(x-2)(x+2)^3}dx.$

6.22. $\int \frac{x^3+6x^2+14x+4}{(x-2)(x+2)^3}dx.$

6.23. $\int \frac{x^3+6x^2+18x-4}{(x-2)(x+2)^3}dx.$

6.24. $\int \frac{x^3+6x^2+10x+12}{(x-2)(x+2)^3}dx.$

6.25. $\int \frac{x^3-6x^2+14x-4}{(x+2)(x-2)^3}dx.$

6.26. $\int \frac{x^3+6x^2+15x+2}{(x-2)(x+2)^3}dx.$

6.27. $\int \frac{2x^3-6x^2+7x-4}{(x-2)(x-1)^3}dx.$

6.28. $\int \frac{2x^3-6x^2+7x}{(x+2)(x-1)^3}dx.$

6.29. $\int \frac{x^3+6x^2-10x+52}{(x-2)(x+2)^3}dx.$

6.30. $\int \frac{x^3-6x^2+13x-6}{(x+2)(x-2)^3}dx.$

6.31. $\int \frac{x^3+6x^2+13x+6}{(x-2)(x+2)^3}dx.$

Задача 7. Найти неопределенные интегралы.

7.1. $\int \frac{x^3+4x^2+4x+2}{(x+1)^2(x^2+x+1)}dx.$

7.2. $\int \frac{x^3+4x^2+3x+2}{(x+1)^2(x^2+1)}dx.$

7.3. $\int \frac{2x^3+7x^2+7x-1}{(x+2)^2(x^2+x+1)}dx.$

7.4. $\int \frac{2x^3+4x^2+2x-1}{(x+1)^2(x^2+2x+2)}dx.$

7.5. $\int \frac{x^3+6x^2+9x+6}{(x+1)^2(x^2+2x+2)}dx.$

7.6. $\int \frac{2x^3+11x^2+16x+10}{(x+2)^2(x^2+2x+3)}dx.$

7.7. $\int \frac{3x^3+6x^2+5x-1}{(x+1)^2(x^2+2)}dx.$

7.8. $\int \frac{x^3+9x^2+21x+21}{(x+3)^2(x^2+3)}dx.$

7.9. $\int \frac{x^3+6x^2+8x+8}{(x+2)^2(x^2+4)}dx.$

7.10. $\int \frac{x^3+5x^2+12x+4}{(x+2)^2(x^2+4)}dx.$

7.11. $\int \frac{2x^3-4x^2-16x-12}{(x-1)^2(x^2+4x+5)}dx.$

7.12. $\int \frac{-3x^3+13x^2-13x+1}{(x-2)^2(x^2-x+1)}dx.$

7.13. $\int \frac{x^3+2x^2+10x}{(x+1)^2(x^2-x+1)}dx.$

7.14. $\int \frac{3x^3+x+46}{(x-1)^2(x^2+9)}dx.$

7.15. $\int \frac{4x^3+24x^2+20x-28}{(x+3)^2(x^2+2x+2)}dx.$

7.16. $\int \frac{2x^3+3x^2+3x+2}{(x^2+x+1)(x^2+1)}dx.$

7.17. $\int \frac{x^3+x+1}{(x^2+x+1)(x^2+1)}dx.$

7.18. $\int \frac{x^2+x+3}{(x^2+x+1)(x^2+1)}dx.$

7.19. $\int \frac{2x^3+4x^2+2x+2}{(x^2+x+1)(x^2+x+2)}dx.$

7.20. $\int \frac{2x^3+7x^2+7x+9}{(x^2+x+1)(x^2+x+2)}dx.$

7.21. $\int \frac{4x^2+3x+4}{(x^2+1)(x^2+x+1)}dx.$

7.22. $\int \frac{3x^3+4x^2+6x}{(x^2+2)(x^2+2x+2)}dx.$

7.23. $\int \frac{2x^2-x+1}{(x^2-x+1)(x^2+1)}dx.$

7.24. $\int \frac{x^3+x^2+1}{(x^2-x+1)(x^2+1)}dx.$

7.25. $\int \frac{x^3+x+1}{(x^2-x+1)(x^2+1)}dx.$

7.26. $\int \frac{2x^3+2x+1}{(x^2-x+1)(x^2+1)}dx.$

7.28. $\int \frac{x^3+2x^2+x+1}{(x^2+x+1)(x^2+1)}dx.$

7.29. $\int \frac{x+4}{(x^2+x+2)(x^2+2)}dx.$

7.30. $\int \frac{2x^3+2x^2+2x+1}{(x^2+x+1)(x^2+1)}dx.$

7.30. $\int \frac{3x^3+7x^2+12x+6}{(x^2+x+3)(x^2+2x+3)}dx.$

7.31. $\int \frac{2x^3+3x^2+3x+2}{(x^2+x+1)(x^2+1)}dx.$

8 нче мәсьәлә. Аныксыз интегралларны исәпләргә.

8.1. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\,arctg\,2} \frac{dx}{sin^2 x(1-cos\,x)}.$

8.2. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{cos\,x dx}{2+cos\,x}.$

8.3. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\,arctg\,2} \frac{dx}{sin^2 x(1+cos\,x)}.$

8.4. $\int_{2\,arctg(\frac{1}{2})}^{\frac{\pi}{2}} \frac{cos\,x dx}{(1-cos\,x)^3}.$

8.5. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{cos\,x-sin\,x}{(1+sin\,x)^2}dx.$

8.6. $\int_{2\,arctg\,2}^{2\,arctg\,3} \frac{dx}{cos\,x(1-cos\,x)}.$

8.7. $\int_{2\,arctg(\frac{1}{3})}^{2\,arctg(\frac{1}{2})} \frac{dx}{sin\,x(1-sin\,x)}.$

8.8. $\int_{2\,arctg(\frac{1}{2})}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{(1+sin\,x-cos\,x)^2}.$

8.9. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{cos\,x dx}{5+4\,cos\,x}.$

8.10. $\int_0^{\frac{2\pi}{3}} \frac{1+sin\,x}{1+cos\,x+sin\,x}dx.$

8.11. $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{cos\,x dx}{1+sin\,x-cos\,x}.$

8.12. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(1+cos\,x)dx}{1+sin\,x+cos\,x}.$

8.13. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{sin\,dx}{1+sin\,x+cos\,x}.$

8.14. $\int_0^{2\,arctg(\frac{1}{2})} \frac{1+sin\,x}{(1-sin\,x)^2}dx.$

8.15. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{cos\,x dx}{1+sin\,x+cos\,x}.$

8.16. $\int_0^{2\,arctg(\frac{1}{3})} \frac{cos\,x dx}{(1-sin\,x)(1+cos\,x)}.$

8.17. $\int_{\frac{-2\pi}{3}}^{0} \frac{cos\,x dx}{1+cos\,x-sin\,x}.$

8.18. $\int_{\frac{-\pi}{2}}^{0} \frac{cos\,x dx}{(1+cos\,x-sin\,x)^2}.$

8.19. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{cos\,x dx}{(1+cos\,x+sin\,x)^2}.$

8.20. $\int_0^{2\,arctg(\frac{1}{2})} \frac{(1-sin\,x)dx}{cos\,x(1+cos\,x)}.$

8.21. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{sin\,x dx}{(1+sin\,x)^2}.$

8.22. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{sin\,x dx}{(1+cos\,x+sin\,x)^2}.$

8.23. $\int_{\frac{-\pi}{2}}^{0} \frac{sin\,x dx}{(1+cos\,x-sin\,x)^2}.$

8.24. $\int_{\frac{-2\pi}{3}}^{0} \frac{cos^2 x dx}{(1+cos\,x-sin\,x)^2}.$

8.25. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{sin^2 x dx}{(1+cos\,x+sin\,x)^2}.$

8.26. $\int_0^{\frac{2\pi}{3}} \frac{cos^2 x dx}{(1+cos\,x+sin\,x)^2}.$

8.27. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\,arctg\,2} \frac{dx}{sin\,x(1+sin\,x)}.$

8.28. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{(1+cos\,x+sin\,x)^2}.$

8.29. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x dx}{2+\sin x}$.

8.30. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos x(1+\cos x)}$.

8.31. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x dx}{5+3\sin x}$.

9 нчы мәсьәлә. Анык интегралларны исәпләргә.

9.1. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{arctg\,3} \frac{dx}{(3\,tg\,x+5)\sin 2x}$.

9.2. $\int_{arccos\left(\frac{4}{\sqrt{17}}\right)}^{\frac{\pi}{4}} \frac{2\,ctg\,x+1}{(2\sin x+\cos x)^2} dx$.

9.3. $\int_0^{arccos\left(\frac{1}{\sqrt{17}}\right)} \frac{3+2\,tg\,x}{2\sin^2 x+3\cos^2 x-1} dx$.

9.4. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{arctg\,3} \frac{4\,tg\,x-5}{1-\sin 2x+4\cos^2 x} dx$.

9.5. $\int_0^{arctg\left(\frac{1}{3}\right)} \frac{(8+tg\,x)}{18\sin^2 x+2\cos^2 x} dx$.

9.6. $\int_0^{arccos\sqrt{\frac{2}{3}}} \frac{tg\,x+2}{\sin^2 x+2\cos^2 x-3} dx$.

9.7. $\int_{arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{37}}\right)}^{\frac{\pi}{4}} \frac{6\,tg\,x dx}{3\sin 2x+5\cos^2 x}$.

9.8. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{2\,tg^2 x-11\,tg\,x-22}{4-tg\,x} dx$.

9.9. $\int_{-arctg\left(\frac{1}{3}\right)}^{0} \frac{3\,tg\,x+1}{2\sin 2x-5\cos 2x+1} dx$.

9.10. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{arctg\,3} \frac{1+ctg\,x}{(\sin x+2\cos x)^2} dx$.

9.11. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{arccos\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)} \frac{tg\,x}{\sin^2 x-5\cos^2 x+4} dx$.

9.12. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{6\sin^2 x}{3\cos 2x-4} dx$.

9.13. $\int_0^{arctg\,3} \frac{4+tg\,x}{2\sin^2 x+18\cos^2 x} dx$.

9.14. $\int_0^{arctg\,2} \frac{12+tg\,x}{3\sin^2 x+12\cos^2 x} dx$.

9.15. $\int_0^{arctg\left(\frac{2}{3}\right)} \frac{6+tg\,x}{9\sin^2 x+4\cos^2 x} dx$.

9.16. $\int_0^{arcsin\sqrt{\frac{3}{7}}} \frac{tg^2 x dx}{3\sin^2 x+4\cos^2 x-7}$.

9.17. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{7+3\,tg\,x}{(\sin x+2\cos x)^2} dx$.

9.18. $\int_{arcsin\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)}^{arcsin\left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)} \frac{2\,tg\,x+5}{(5-tg\,x)\sin 2x} dx$.

9.19. $\int_{-arccos\left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right)}^{0} \frac{3\,tg^2 x-50}{2\,tg\,x+7} dx$.

9.20. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{5\,tg\,x+2}{2\sin 2x+5} dx$.

9.21. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{arcsin\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)} \frac{4\,tg\,x-5}{4\cos^2 x-\sin 2x+1} dx$.

9.22. $\int_0^{arcsin\sqrt{\frac{7}{8}}} \frac{6\sin^2 x}{4+3\cos 2x} dx$.

9.23. $\int_{-arccos\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)}^{0} \frac{11-3\,tg\,x}{tg\,x+3} dx$.

9.24. $\int_0^{arcsin\,3\sqrt{10}} \frac{2\,tg\,x-5}{(4\cos x-\sin x)^2} dx$.

9.25. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{arccos\left(\frac{1}{\sqrt{26}}\right)} \frac{dx}{(6-tg\,x)\sin 2x}$.

9.26. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{4-7\,tg\,x}{2+3\,tg\,x} dx$.

9.27. $\int_{-arcsin\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)}^{\frac{\pi}{4}} \frac{2-tg\,x}{(sin\,x+3\,cos\,x)^2}\,dx.$

9.28. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{arcsin\,\sqrt{\frac{2}{3}}} \frac{8\,tg\,x dx}{3\,cos^2 x+8\,sin\,2x-7}.$

9.29. $\int_{arccos\left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right)}^{arccos\left(\frac{1}{\sqrt{26}}\right)} \frac{12dx}{(6+5\,tg\,x)\,sin\,2x}.$

9.30. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{tg^2 x}{4+3\,cos\,2x}\,dx.$

9.31. $\int_0^{arccos\left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right)} \frac{3\,tg^2 x-1}{tg^2 x+5}.$

10 нчы мәсьәлә. Анык интегралларны исәпләргә.

10.1. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} 2^8\,sin^8 x\;dx.$

10.2. $\int_0^{\pi} 2^4\,sin^6 x\,cos^2 x\;dx.$

10.3. $\int_0^{2\pi} sin^4 x\,cos^4 x\;dx.$

10.4. $\int_0^{2\pi} sin^2\left(\frac{x}{4}\right)cos^6\left(\frac{x}{4}\right)\;dx.$

10.5. $\int_0^{\pi} 2^4\,cos^8\left(\frac{x}{2}\right)\;dx.$

10.6. $\int_{\frac{-\pi}{2}}^{0} 2^8\,sin^8 x\;dx.$

10.7. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} 2^4\,sin^6 x\,cos^2 x\;dx.$

10.8. $\int_0^{\pi} 2^4\,sin^4 x\,cos^4 x\;dx.$

10.9. $\int_0^{2\pi} sin^2 x\,cos^6 x\;dx.$

10.10. $\int_0^{2\pi} cos^8\left(\frac{x}{4}\right)\;dx.$

10.11. $\int_0^{\pi} 2^4\,sin^8\left(\frac{x}{2}\right)\;dx.$

10.12. $\int_{-\pi}^{0} 2^8\,sin^6 x\,cos^2 x\;dx.$

10.13. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} 2^8\,sin^4 x\,cos^4 x\;dx.$

10.14. $\int_0^{\pi} 2^4\,sin^2 x\,cos^6 x\;dx.$

10.15. $\int_0^{2\pi} cos^8 x\;dx.$

10.16. $\int_0^{2\pi} sin^8\left(\frac{x}{4}\right)\;dx.$

10.17. $\int_0^{\pi} 2^4\,sin^6\left(\frac{x}{2}\right)cos^2\left(\frac{x}{2}\right)\;dx.$

10.18. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{0} 2^8\,sin^4 x\,cos^4 x\;dx.$

10.19. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} 2^8\,sin^2 x\,cos^6 x\;dx.$

10.20. $\int_0^{\pi} 2^4\,cos^8 x\;dx.$

10.21. $\int_0^{2\pi} sin^8 x\;dx.$

10.22. $\int_0^{2\pi} sin^6\left(\frac{x}{4}\right)cos^2\left(\frac{x}{4}\right)\;dx.$

10.23. $\int_0^{\pi} 2^4\,sin^4\left(\frac{x}{2}\right)cos^4\left(\frac{x}{2}\right)\;dx.$

10.24. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{0} 2^8\,sin^2 x\,cos^6 x\;dx.$

10.25. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} 2^8\,cos^8 x\;dx.$

10.26. $\int_0^{\pi} 2^4\,sin^8 x\;dx.$

10.27. $\int_0^{2\pi} sin^6 x\,cos^2 x\;dx.$

10.28. $\int_0^{2\pi} sin^4\left(\frac{x}{4}\right)cos^4\left(\frac{x}{4}\right)\;dx.$

10.29. $\int_0^{\pi} 2^4\,sin^2\left(\frac{x}{2}\right)cos^6\left(\frac{x}{2}\right)\;dx.$

10.30. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{0} 2^8\,cos^8 x\;dx.$

10.31. $\int_0^{2\pi} sin^4\,3\,x\,cos^4\,3\,x\,dx.$

11 нче мәсьәлә. Анык интегралларны исәпләргә.

11.1. $\int_0^1 \frac{4\sqrt{1-x}-\sqrt{3x+1}}{(\sqrt{3x+1}+4\sqrt{1-x})(3x+1)^2}\,dx.$

11.2. $\int_1^{64} \frac{1-\sqrt[6]{x}+2\sqrt[3]{x}}{x+2\sqrt{x^3}+\sqrt[3]{x^4}}\,dx.$

11.3. $\int_{-\frac{14}{15}}^{-\frac{7}{8}} \frac{6\sqrt{x+2}}{(x+2)^2\sqrt{x+1}}\,dx.$

11.4. $\int_6^9 \sqrt{\frac{9-2x}{2x-21}}\,dx.$

11.5. $\int_0^5 e^{\sqrt{\frac{5-x}{5+x}}} \frac{dx}{(5+x)\sqrt{25-x^2}}.$

11.6. $\int_8^{12} \sqrt{\frac{6-x}{x-14}}\,dx.$

11.7. $\int_0^1 e^{\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}} \frac{dx}{(1+x)\sqrt{1-x^2}}.$

11.8. $\int_{\frac{5}{2}}^{\frac{10}{3}} \frac{\sqrt{x+2}+\sqrt{x-2}}{(\sqrt{x+2}-\sqrt{x-2})(x-2)^2}\,dx.$

11.9. $\int_1^8 \frac{5\sqrt{x+24}}{(x+24)^2\sqrt{x}}\,dx.$

11.10. $\int_1^2 \frac{x+\sqrt{3x-2}-10}{\sqrt{3x-2}+7}\,dx.$

11.11. $\int_6^{10} \sqrt{\frac{4-x}{x-12}}\,dx.$

11.12. $\int_0^2 \frac{(4\sqrt{2-x}-\sqrt{2x+2})dx}{(\sqrt{2x+2}+4\sqrt{2-x})(2x+2)^2}.$

11.13. $\int_{-\frac{1}{2}}^0 \frac{xdx}{2+\sqrt{2x+1}}.$

11.14. $\int_0^4 e^{\sqrt{\frac{4-x}{4+x}}} \frac{dx}{(4+x)\sqrt{16-x^2}}.$

11.15. $\int_{\frac{1}{8}}^1 \frac{15\sqrt{x+3}}{(x+3)^2\sqrt{x}}\,dx.$

11.16. $\int_{-\frac{5}{3}}^1 \frac{\sqrt[3]{3x+5}+2}{1+\sqrt[3]{3x+5}}\,dx.$

11.17. $\int_2^3 \sqrt{\frac{3-2x}{2x-7}}\,dx.$

11.18. $\int_0^7 \frac{\sqrt{x+25}}{(x+25)^2\sqrt{x+1}}\,dx.$

11.19. $\int_0^2 \frac{(4\sqrt{2-x}-\sqrt{3x+2})dx}{(\sqrt{3x+2}+4\sqrt{2-x})(3x+2)^2}.$

11.20. $\int_0^2 e^{\sqrt{\frac{2-x}{2+x}}} \frac{dx}{(2+x)\sqrt{4-x^2}}.$

11.21. $\int_3^5 \sqrt{\frac{2-x}{x-6}}\,dx.$

11.22. $\int_{\frac{1}{24}}^{\frac{1}{3}} \frac{5\sqrt{x+1}}{(x+1)^2\sqrt{x}}\,dx.$

11.23. $\int_9^{15} \sqrt{\frac{6-x}{x-18}}\,dx.$

11.24. $\int_0^1 \frac{(4\sqrt{1-x}-\sqrt{2x+1})dx}{(\sqrt{2x+1}+4\sqrt{1-x})(2x+1)^2}.$

11.25. $\int_1^{64} \frac{(2+\sqrt[3]{x})dx}{(\sqrt[6]{x}+2\sqrt{x^3}+\sqrt{x})\sqrt{x}}.$

11.26. $\int_{\frac{16}{15}}^{\frac{4}{3}} \frac{4\sqrt{x}}{x^2\sqrt{x-1}}\,dx.$

11.27. $\int_0^6 \frac{e^{\sqrt{\frac{(6-x)}{(6+x)}}}\,dx}{(6+x)\sqrt{36-x^2}}.$

11.28. $\int_1^{64} \frac{6-\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}}{\sqrt{x^3}-7x-6\sqrt[4]{x^3}}\,dx.$

11.29. $\int_0^1 \frac{(4\sqrt{1-x}-\sqrt{x+1})dx}{(\sqrt{x+1}+4\sqrt{1-x})(x+1)^2}.$

11.30. $\int_0^3 \frac{e^{\sqrt{\frac{(3-x)}{(3+x)}}}\,dx}{(3+x)\sqrt{9-x^2}}.$

11.31. $\int_0^2 \frac{\left(4\sqrt{2-x}-\sqrt{x+2}\right)dx}{\left(\sqrt{x+2}+4\sqrt{2-x}\right)(x+2)^2}$.

12 нче мәсьәлә. Аныклы интегралларны исәпләргә.

12.1. $\int_0^{16} \sqrt{256-x^2}dx$.

12.2. $\int_0^1 x^2\sqrt{1-x^2}dx$.

12.3. $\int_0^5 \frac{dx}{(25+x^2)\sqrt{25+x^2}}$.

12.4. $\int_0^3 \frac{dx}{(9+x^2)^{\frac{3}{2}}}$.

12.5. $\int_0^{\frac{\sqrt{5}}{2}} \frac{dx}{\sqrt{(5-x^2)^3}}$.

12.6. $\int_1^2 \frac{\sqrt{x^2-1}}{x^4}dx$.

12.7. $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{x^4dx}{\sqrt{(1-x^2)^3}}$.

12.8. $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{\sqrt{(4-x^2)^3}}$.

12.9. $\int_0^1 \frac{x^4dx}{(2-x^2)^{\frac{3}{2}}}$.

12.10. $\int_0^2 \frac{x^2dx}{\sqrt{16-x^2}}$.

12.11. $\int_0^2 \sqrt{4-x^2}dx$.

12.12. $\int_0^4 \frac{dx}{(16+x^2)^{\frac{3}{2}}}$.

12.13. $\int_0^4 x^2\sqrt{16-x^2}dx$.

12.14. $\int_0^{\frac{5}{2}} \frac{x^2dx}{\sqrt{25-x^2}}$.

12.15. $\int_0^5 x^2\sqrt{25-x^2}dx$.

12.16. $\int_0^4 \sqrt{16-x^2}dx$.

12.17. $\int_0^{4\sqrt{3}} \frac{dx}{\sqrt{(64-x^2)^3}}$.

12.18. $\int_{\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} \frac{\sqrt{x^2-2}}{x^4}dx$.

12.19. $\int_0^{2\sqrt{2}} \frac{x^4dx}{(16-x^2)\sqrt{16-x^2}}$.

12.20. $\int_{-3}^3 x^2\sqrt{9-x^2}dx$.

12.21. $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{\sqrt{(1+x^2)^3}}$.

12.22. $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{(16-x^2)^3}}$.

12.23. $\int_0^2 \frac{x^4dx}{\sqrt{(8-x^2)^3}}$.

12.24. $\int_3^6 \frac{\sqrt{x^2-9}}{x^4}dx$.

12.25. $\int_0^1 \sqrt{4-x^2}dx$.

12.26. $\int_2^4 \frac{\sqrt{x^2-4}}{x^4}dx$.

12.27. $\int_0^2 \frac{dx}{(4+x^2)\sqrt{4+x^2}}$.

12.28. $\int_0^{\sqrt{2}} \frac{x^4dx}{(4-x^2)^{\frac{3}{2}}}$.

12.29. $\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{dx}{(1-x^2)\sqrt{1-x^2}}$.

12.30. $\int_0^1 \frac{x^2dx}{\sqrt{4-x^2}}$.

12.31. $\int_0^{\frac{3}{2}} \frac{x^2dx}{\sqrt{9-x^2}}$.

13 нче мәсьәлә. Аныксыз интегралларны табарга.

13.1. $\int \frac{\sqrt{1+\sqrt{x}}}{x\sqrt[4]{x^3}}dx.$

13.2. $\int \frac{\sqrt[3]{1+\sqrt{x}}}{x\sqrt[3]{x^2}}dx.$

13.3. $\int \frac{\sqrt{1+\sqrt[3]{x}}}{x\sqrt{x}}dx.$

13.4. $\int \frac{\sqrt[3]{1+\sqrt[3]{x}}}{x\sqrt[9]{x^4}}dx.$

13.5. $\int \frac{\sqrt[3]{1+\sqrt[3]{x^2}}}{x\sqrt[9]{x^8}}dx.$

13.6. $\int \frac{\sqrt[3]{\left(1+\sqrt[3]{x}\right)^2}}{x\sqrt[9]{x^5}}dx.$

13.7. $\int \frac{\sqrt[3]{\left(1+\sqrt[3]{x^2}\right)^2}}{x^2\sqrt[9]{x}}dx.$

13.8. $\int \frac{\sqrt[3]{\left(1+\sqrt{x}\right)^2}}{x\sqrt[6]{x^5}}dx.$

13.9. $\int \frac{\sqrt{1+\sqrt[3]{x^2}}}{x^2}dx.$

13.10. $\int \frac{\sqrt{1+x}}{x^2\sqrt{x}}dx.$

13.11. $\int \frac{\sqrt[4]{\left(1+\sqrt{x}\right)^3}}{x\sqrt[8]{x^7}}dx.$

13.12. $\int \frac{\sqrt[4]{\left(1+\sqrt[3]{x}\right)^3}}{x\sqrt[12]{x^7}}dx.$

13.13. $\int \frac{\sqrt[4]{\left(1+\sqrt[3]{x^2}\right)^3}}{x^2\sqrt[6]{x}}dx.$

13.14. $\int \frac{\sqrt{1+\sqrt[4]{x^3}}}{x^2\sqrt[8]{x}}dx.$

13.15. $\int \frac{\sqrt[3]{1+\sqrt[4]{x^3}}}{x^2}dx.$

13.16. $\int \frac{\sqrt[3]{\left(1+\sqrt[4]{x^3}\right)^2}}{x^2\sqrt[4]{x}}dx.$

13.17. $\int \frac{\sqrt[5]{\left(1+\sqrt{x}\right)^4}}{x\sqrt[10]{x^9}}dx.$

13.18. $\int \frac{\sqrt[5]{\left(1+\sqrt[3]{x}\right)^4}}{x\sqrt[5]{x^3}}dx.$

13.19. $\int \frac{\sqrt[5]{\left(1+\sqrt[3]{x^2}\right)^4}}{x^2\sqrt[5]{x}}dx.$

13.20. $\int \frac{\sqrt[5]{\left(1+\sqrt[4]{x^3}\right)^4}}{x^2\sqrt[20]{x^7}}dx.$

13.21. $\int \frac{\sqrt[5]{1+\sqrt[5]{x^4}}}{x^2\sqrt[25]{x^{11}}}dx.$

13.22. $\int \frac{\sqrt{1+\sqrt[5]{x^4}}}{x^2\sqrt[5]{x}}dx.$

13.23. $\int \frac{\sqrt[3]{1+\sqrt[5]{x^4}}}{x^2\sqrt[15]{x}}dx.$

13.24. $\int \frac{\sqrt[3]{\left(1+\sqrt[5]{x^4}\right)^2}}{x^2\sqrt[3]{x}}dx.$

13.25. $\int \frac{\sqrt[4]{\left(1+\sqrt[5]{x^4}\right)^3}}{x^2\sqrt[5]{x^2}}dx.$

13.26. $\int \frac{\sqrt[3]{1+\sqrt[4]{x}}}{x\sqrt[3]{x}}dx.$

13.27. $\int \frac{\sqrt[3]{\left(1+\sqrt[4]{x}\right)^2}}{x\sqrt[12]{x^5}}dx.$

13.28. $\int \frac{\sqrt[4]{1+\sqrt[3]{x}}}{x\sqrt[12]{x^5}}dx.$

13.29. $\int \frac{\sqrt[4]{1+\sqrt[3]{x^2}}}{x\sqrt[6]{x^5}}dx.$

13.30. $\int \frac{\sqrt[3]{1+\sqrt[5]{x}}}{x\sqrt[15]{x^4}}dx.$

13.31. $\int \frac{\sqrt[5]{1+\sqrt[3]{x}}}{x\sqrt[5]{x^2}}dx.$

14 нче мәсьәлә. Функцияләр графиклары белән чикләнгән фигураларның мәйданын табыгыз.

14.1. $y=(x-2)^3,\ y=4x-8.$

14.2. $y=x\sqrt{9-x^2},\ \ y=0,(0\le x\le 3).$

14.3. $y=4-x^2, y=x^2-2x.$

14.4. $y=sin\,x\,cos^2\,x,\ \ y=0,\left(0\le x\le \frac{\pi}{2}\right).$

14.5. $y=\sqrt{4-x^2},\ \ y=0, x=0,\ \ x=1.$

14.6. $y=x^2\sqrt{4-x^2},\ \ y=0,(0\le x\le 2).$

14.7. $y=cos\,x\,sin^2\,x,\ \ y=0,\left(0\le x\le \frac{\pi}{2}\right).$

14.8. $y=\sqrt{e^x-1},\ \ y=0, x=ln\,2.$

14.9. $y=\frac{1}{x\sqrt{1+ln\,x}},\ \ y=0, x=1,\ \ x=e^3.$

14.10. $y=arccos\,x,\ \ y=0, x=0.$

14.11. $y=(x+1)^2, y^2=x+1.$

14.12. $y=2x-x^2+3, y=x^2-4x+3.$

14.13. $y=x\sqrt{36-x^2},\ \ y=0,(0\le x\le 6).$

14.14. $x=arccos\,y,\ \ x=0, y=0.$

14.15. $y=arctg\,x,\ \ y=0, x=\sqrt{3}.$

14.16. $y=x^2\sqrt{8-x^2},\ \ y=0,\left(0\le x\le 2\sqrt{2}\right).$

14.17. $x=\sqrt{e^y-1},\ \ x=0, y=ln\,2.$

14.18. $y=x\sqrt{4-x^2},\ \ y=0,(0\le x\le 2).$

14.19. $y=\frac{x}{1+\sqrt{x}},\ \ y=0, x=1.$

14.20. $y=\frac{1}{1+cos\,x},\ \ y=0, x=\frac{\pi}{2},\ \ x=-\frac{\pi}{2}.$

14.21. $x=(y-2)^3, x=4y-8.$

14.22. $y=cos^5\,x\,sin\,2\,x,\ \ y=0,\left(0\le x\le \frac{\pi}{2}\right).$

14.23. $y = \frac{x}{(x^2+1)^2}$, $y = 0, x = 1$.

14.24. $x = 4 - y^2, x = y^2 - 2y$.

14.25. $x = \frac{1}{y\sqrt{1+ln\, y}}$, $x = 0, y = 1$, $y = e^3$.

14.26. $y = \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}$, $y = 0, x = 2$, $x = 1$.

14.27. $y = x^2\sqrt{16 - x^2}$, $y = 0, (0 \le x \le 4)$.

14.28. $x = \sqrt{4 - y^2}$, $x = 0, y = 0$, $y = 1$.

14.29. $y = (x-1)^2, y^2 = x - 1$.

14.30. $y = x^2\, cos\, x$, $y = 0, \left(0 \le x \le \frac{\pi}{2}\right)$.

14.31. $x = 4 - (y-1)^2, x = y^2 - 4y + 3$.

VI. Рәтләр

Теоретик сораулар

1. Санлы рәтләр
2. Уңай буынлы санлы рәт җыелуы билгеләре
3. Тамгаалышмалы рәтләр
4. Дәрәҗәле рәтләр
5. Дәрәҗәле рәтләрнең бердәнберлеге
6. Дәрәҗәле рәтләрнең интегралдануы
7. Коши-Адамар формуласы:
8. Маклорен рәте
9. Рәтләрнең абсолют һәм шартлы җыелулары. Лейбниц рәтләре.
10. Абель һәм Дирихле билгеләре.

Теоретик күнегүләр

1. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ һәм $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ рәтләре җыела. Әгәр $a_n \le c_n \le b_n$ икән, $\sum_{n=1}^{\infty} c_n$ рәтенең җыелуын исбатларга.

Күрсәтмә. $0 \le c_n - a_n \le b_n - a_n$ тигезсезлекләрен файдаланырга.

2. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ $(a_n \geq 0)$ рәте җыела. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ рәтенең шулай ук җыела икәнен исбатларга. Кире расланың дөрес түгел икәнен күрсәтергә.

3. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ һәм $\sum_{n=1}^{\infty} b_n^2$ рәтләре җыела. $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n||b_n|$ рәтенең шулай ук җыела икәнен күрсәтергә.

Күрсәтмә. $|ab| \leq a^2 + b^2$ тигезсезлеген исбатларга һәм файдаланырга

4. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ һәм $\sum_{n=1}^{\infty} b_n^2$ рәтләре җыела. $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)^2$ рәтенең шулай ук җыела икәнен исбатларга.

5. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ рәте җыелсын һәм $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$. $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ рәте җыела дип раслап буламы?

Мисал карарга: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$ һәм $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} + \frac{1}{n}\right]$.

6. $\sum_{n=1}^{\infty} |f_n(x)|$ рәте $[a, b]$ кисемтәсендә тигез җыелсын. $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ рәтенең бу кисемтәдә шулай ук тигез җыелганын исбатларга.

7. Кисемтәдә функциональ рәт:

а) тигез җыела, ләкин абсолют җыелмый аламы?

б) абсолют җыела, ләкин тигез җыелмый аламы?

Мисаллар карарга:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+x^2}$, $[a, b]$ кисемтәсе ирекле;

б) $\sum_{n=1}^{\infty} x(1 - x^2)$, кисемтә [0, 1].

8. $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{10^n}$ функциясенең һәркайда өзлексез икәнен күрсәтегез.

9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n^2 x}{n^2}$ рәтенең $(-\infty, +\infty)$ интервалында тигез җыелганын исбатлагыз. Аны бу интервалда дифференциаллап буламы?

10. Әгәр рәт $\sum_{n=1}^{\infty} c_n e^{-nx}$ x_0 ноктасында җыела икән, ул $\forall\ x > x_0$ җыела икәнен исбатларга.

Чишү өчен мәсьәләләр

1 нче мәсьәлә. Рәт суммасын табыгыз.

1.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{9n^2+12n-5}$.

1.2. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{24}{9n^2-12n-5}$.

1.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{9n^2+6n-8}$.

1.4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{9}{9n^2+21n-8}$.

1.5. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{4n^2+8n+3}$.

1.6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{14}{49n^2-28n-45}$.

1.7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{9n^2+3n-2}$.

1.8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{49n^2-7n-12}$.

1.9. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2+n-2}$.

1.10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{14}{49n^2-14n-48}$.

1.11. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{36n^2-24n-5}$.

1.12 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{14}{49n^2-84n-13}$.

1.13 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{4n^2+4n-3}$.

1.14 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{49n^2+35n-6}$.

1.15. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{9}{9n^2+3n-20}$.

1.16 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{14}{49n^2-42n-40}$.

1.17. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8}{16n^2-8n-15}$.

1.18. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{49n^2-21n-10}$.

1.19. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{25n^2+5n-6}$.

1.20. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{4n^2-9}$.

1.21. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{49n^2-35n-6}$.

1.22. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2+n-2}$.

1.23. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{12}{36n^2+12n-35}$.

1.24. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{49n^2+21n-10}$.

1.25 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{9n^2-3n-2}$.

1.26. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{25n^2-5n-6}$.

1.27. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8}{16n^2+8n-15}$.

1.28. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{14}{49n^2-56n-33}$.

1.29. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{12}{36n^2-12n-35}$.

1.30. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{49n^2+7n-12}$.

1.31. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{14}{49n^2-70n-24}$.

2 нче мәсьәлә. Рәт суммасын табыгыз.

2.1. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{4-5n}{n(n-1)(n-2)}$.

2.2 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+6}{n(n+3)(n+2)}$.

2.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n+3}{n(n+1)(n+3)}$.

2.4. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{4n-2}{(n^2-1)(n-2)}$.

2.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)(n+3)}$.

2.6. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{3n-5}{n(n^2-1)}$.

2.7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)(n+3)}$.

2.8. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n(n^2-4)}$.

2.9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n-2}{n(n+1)(n+2)}$.

2.10. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{n+2}{n(n-1)(n-2)}$.

2.11. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{5n-2}{(n-1)n(n+2)}$.

2.12. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(n+2)(n+1)n}$.

2.13. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n+2}{n(n+1)(n+2)}$.

2.14. $\sum_{n=3}^{\infty}\frac{n+5}{(n^2-1)(n+2)}$.

2.15. $\sum_{n=3}^{\infty}\frac{8n-10}{(n-1)(n-2)(n+1)}$.

2.16. $\sum_{n=3}^{\infty}\frac{3n-1}{n(n^2-1)}$.

2.17. $\sum_{n=3}^{\infty}\frac{n-4}{n(n-1)(n-2)}$.

2.18. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5n+9}{n(n+1)(n+3)}$.

2.19. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{5n-2}{(n-1)n(n+2)}$.

2.20. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n-1}{n(n+1)(n+2)}$.

2.21. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n+4}{n(n+1)(n+2)}$.

2.22. $\sum_{n=3}^{\infty}\frac{2-n}{n(n+1)(n+2)}$.

2.23. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+6}{n(n+1)(n+2)}$.

2.24. $\sum_{n=3}^{\infty}\frac{n-2}{(n-1)n(n+1)}$.

2.25. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n(n^2-1)}$.

2.26. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1-n}{n(n+1)(n+3)}$.

2.27. $\sum_{n=3}^{\infty}\frac{3n+1}{(n-1)n(n+1)}$.

2.28. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4-n}{n(n+1)(n+2)}$.

2.29. $\sum_{n=3}^{\infty}\frac{4}{n(n-1)(n-2)}$.

2.30. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3-n}{(n+3)(n+1)n}$.

2.31. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n+8}{n(n+1)(n+2)}$.

3 нче мәсьәлә. Рәтне җыелуга тикшерегез.

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{sin^2 n\sqrt{n}}{n\sqrt{n}}$.

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} n\,sin\frac{2+(-1)^n}{n^3}$.

3.3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{cos^2(\frac{n\pi}{2})}{n(n+1)(n+2)}$.

3.4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{ln\,n}{\sqrt[3]{n^7}}$.

3.5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2+(-1)^n}{n-ln\,n}$.

3.6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\text{arctg}\frac{1+(-1)^n}{2}n}{n^3+2}$.

3.7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n(2+cos\,n\pi)}{2n^2-1}$.

3.8. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{arcsin\frac{n-1}{n}}{\sqrt[3]{n^3-3n}}$.

3.9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{sin^2 n}{n^2+1}$.

3.10. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{ln\sqrt{n^2+3n}}{\sqrt{n^2-n}}$.

3.11. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{arccos\frac{(-1)^n n}{n+1}}{n^2+2}$.

3.12. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n\,cos^2 n}{n^3+5}$.

3.13. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{n\,ln\,n}{n^2-3}$.

3.14. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+3}{n^3\left(2+sin\left(\frac{n\pi}{2}\right)\right)}$.

3.15. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[4]{n^3}}sin\frac{2+(-1)^n}{6}\pi$.

3.16. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{ln\,n}{n^3+n+1}$.

3.17. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1+sin\frac{\pi n}{2}}{n^2}$.

3.18. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{cos^2\frac{\pi n}{3}}{3^n+2}$.

3.19. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2+cos\frac{n\pi}{2})\sqrt{n}}{\sqrt[4]{n^7+5}}$.

3.20. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+sin\frac{n\pi}{4}}{n^2} ctg\frac{1}{\sqrt{n}}$.

3.21. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{sin^2 2^n}{n^2}$.

3.22. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ln\, n}{\sqrt{n^5+n}}$.

3.23. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n^2\, ln\, n+\sqrt[3]{ln^2 n}}$.

3.24. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\frac{3}{\pi}\text{arctg}\sqrt{n^2-1}}{\sqrt{n^2-n}}$.

3.25. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{sin\frac{\pi}{2n+1}}{n\left(3+sin\frac{\pi n}{4}\right)}$.

3.26. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2\, cos\frac{2\pi}{3n}}{\sqrt[4]{n^4-1}}$.

3.27. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+(-1)^n}{2^{n+2}}$.

3.28. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{arctg[2+(-1)^n]}{ln(1+n)}$.

3.29. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{arcctg(-1)^n}{\sqrt{n(2+n^2)}}$.

3.30. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{arcsin\frac{3+(-1)^n}{4}}{2^n+n}$.

3.31. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3+2}}{n^2\, sin^2 n}$.

4 нче мәсьәлә. Рәтне җыелуга тикшерегез.

4.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{5^{n-1}+n-1}$.

4.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot tg\frac{1}{\sqrt{n}}$.

4.3. $\sum_{n=1}^{\infty} ln\frac{n^2+5}{n^2+4}$.

4.4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} sin\frac{1}{n}$.

4.5. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n-1} arctg\frac{1}{\sqrt[3]{n-1}}$.

4.6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n^2+3)^2}{n^5+ln^4 n}$.

4.7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+2}{n^5+sin\, 2^n}$.

4.8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n+cos\, n}{3^n+sin\, n}$.

4.9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n-cos^2 6n}$.

4.10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[5]{n+1}} sin\frac{1}{\sqrt{n}}$.

4.11. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}} arctg\frac{\pi}{4\sqrt{n}}$.

4.12. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2-ln\, n}$.

4.13. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n+5}} sin\frac{1}{n-1}$.

4.14 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}+2} arctg\frac{n+3}{n^2+5}$.

4.15. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+3}}\left(e^{\frac{1}{\sqrt{n}}}-1\right)$.

4.16. $\sum_{n=1}^{\infty^{\sum\frac{n^2+1}{n^2+n+2}}} ln$.

4.17. $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{n}\, arctg\frac{1}{n^3}$.

4.18. $\sum_{n=1}^{\infty} ln\frac{n^3}{n^3+1}$.

4.19. $\sum_{n=3}^{\infty} n^3\, tg^5\frac{\pi}{n}$.

4.20. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+1}{\left(\sqrt[3]{n}-1\right)\left(n\sqrt[4]{n^3}-1\right)}$.

4.21. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1-cos\frac{\pi}{n}\right)$.

4.22. $\sum_{n=1}^{\infty} sin\frac{\sqrt[3]{n}}{\sqrt{n^5+2}}$.

4.23. $\sum_{n=2}^{\infty}\left(e^{\frac{\sqrt{n}}{(n^3-1)}}-1\right)$.

4.24. $\sum_{n=1}^{\infty} sin\frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$.

4.25. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{sin\frac{2\pi}{2n+1}}{\sqrt{n}}$.

4.26. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3+7n}{5^n+n}$.

4.27. $\sum_{n=1}^{\infty} n\left(e^{\frac{1}{n}}-1\right)^2$.

4.28. $\sum_{n=1}^{\infty} n\, sin\frac{1}{\sqrt[3]{n^4}}$.

4.29. $\sum_{n=1}^{\infty} arctg\frac{1}{(n-1)\sqrt[5]{n^2+1}}$.

4.30. $\sum_{n=1}^{\infty} sin\frac{n}{n^2\sqrt[3]{n}+5}$.

4.31. $\sum_{n=1}^{\infty} arcsin\frac{n}{(n^2+3)^{\frac{5}{2}}}$.

5 нче мәсьәлә. Рәтне җыелуга тикшерегез.

5.1. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{n+1}{2^n(n-1)!}$.

5.2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^2}{2^{n^2}}$.

5.3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^{n+1}(n^3+1)}{(n+1)!}$.

5.4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{10^n 2n!}{(2n)!}$.

5.5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(2n+2)!}{3n+5}\cdot\frac{1}{2^n}$.

5.6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+5}{n!}sin\frac{2}{3^n}$.

5.7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{arctg\frac{5}{n}}{n!}$.

5.8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^n}{3^n n!}$.

5.9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{(2n)!}tg\frac{1}{5^n}$.

5.10. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{6^n(n^2-1)}{n!}$.

5.11. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{(n+2)!}$.

5.12. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^n}{(n!)^2}$.

5.13. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7^{2n}}{(2n-1)!}$.

5.14. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{(3n!)}$.

5.15. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1\cdot3\cdot5\ldots(2n-1)}{3^n(n+1)!}$.

5.16. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{n^{n-1}}$.

5.17. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^2}{(3^n+1)(2n)!}$.

5.18. $\sum_{n=1}^{\infty} n!\, sin\frac{\pi}{2^n}$.

5.19. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)!}{n^n}$.

5.20. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n\sqrt[3]{n^2}}{(n+1)!}$.

5.21. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n n!}{n^n}$.

5.22. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n(n+1)!}{(2n)!}$.

5.23. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{(n+2)!4^n}$.

5.24. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3\cdot5\cdot7\ldots(2n+1)}{2\cdot5\cdot8\ldots(3n-1)}$.

5.25. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1\cdot4\cdot7\ldots(3n-2)}{7\cdot9\cdot11\ldots(2n+5)}$.

5.26. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n!}{\sqrt{2^n+3}}$.

5.27. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n+2)!}{10^n n^2}$.

5.28. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{4^{n-1}\sqrt{n^2+5}}{(n-1)!}$.

5.29. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!\sqrt[3]{n}}{3^n+2}$.

5.30. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(2n+1)!}{(3n)!}$.

5.31. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1\cdot 4\cdot 7\ldots(3n-2)}{2^{n+1}n!}$.

6 нчы мәсьәлә. Рәтне җыелуга тикшерегез.

6.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n}\left(\frac{n}{n+1}\right)^{-n^2}$.

6.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n^2}$.

6.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2+1}{n^2+1}\right)^{n^2}$.

6.4. $\sum_{n=1}^{\infty} n^4 \left(\frac{2n}{3n+5}\right)^{n}$.

6.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n-2}\right)^{n^2}$.

6.6. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+2}{3n+1}\right)^{n} (n+1)^3$.

6.7. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n-3}{5n+1}\right)^{n^3}$.

6.8. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{10n+5}\right)^{n^2}$.

6.9. $\sum_{n=1}^{\infty} n\, arcsin^n \frac{\pi}{4n}$.

6.10. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{3n-1}\right)^{n^2}$.

6.11. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n}\right)^{n} \frac{n}{5^n}$.

6.12. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+3}{n+1}\right)^{n^2}$.

6.13. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+2}{4n-1}\right)^{n} (n-1)^2$.

6.14. $\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n-3}\right)^{n^2}$.

6.15. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n+1}\right)^{2n+1}$.

6.16. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{3n+1}\right)^{\frac{n}{2}}$

6.17. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{n^n}$.

6.18. $\sum_{n=1}^{\infty} n^2\, sin^n \frac{\pi}{2n}$.

6.19. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^3}{(ln\, n)^n}$.

6.20. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n-1}\right)^{n^3}$.

6.21. $\sum_{n=1}^{\infty} n^3 arctg^n \frac{\pi}{3n}$.

6.22. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5 3^n}{(2n+1)^n}$.

6.23. $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{n-1}e^{-n}$.

6.24. $\sum_{n=1}^{\infty} n\left(\frac{3n-1}{4n+2}\right)^{2n}$.

6.25. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{4n+3}\right)^{n^2}$.

6.26. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n+2}}{(2n^2+1)^{\frac{n}{2}}}$.

6.27. $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n}\left(\frac{n}{3n-1}\right)^{2n}$.

6.28. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2} \frac{1}{2^n}$.

6.29. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\cdot 3^{n+2}}{5^n}$.

6.30. $\sum_{n=2}^{\infty} \sqrt[3]{n}\left(\frac{n-2}{2n+1}\right)^{3n}$.

6.31. $\sum_{n=1}^{\infty} n^4 arctg^{2n} \frac{\pi}{4n}$.

7 нче мәсьәлә. Рәтне җыелуга тикшерегез.

7.1. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\,ln^2(3n+1)}$.

7.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\,ln^2(2n+1)}$.

7.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+3)\,ln^2(2n+1)}$.

7.4. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{(3n-5)\,ln^2(4n-7)}$.

7.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+4)\,ln^2(5n+2)}$.

7.6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)\,ln^2\left(n\sqrt{5}+2\right)}$.

7.7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\left(n\sqrt{2}+1\right)ln^2\left(n\sqrt{3}+1\right)}$.

7.8. $\sum_{n=5}^{\infty} \frac{1}{(n-2)\,ln(n-3)}$.

7.9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)\,ln(2n)}$.

7.10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\,ln(2n)}$.

7.11. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)\,ln\,n}$.

7.12. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)\,ln(n+1)}$.

7.13. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(2n-3)\,ln(3n+1)}$.

7.14. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+2)\,ln^2\,n}$.

7.15. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+3)\,ln^2(2n)}$.

7.16. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(2n+3)\,ln^2(n+1)}$.

7.17. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n\,ln(n-1)}$.

7.18. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{2n\sqrt{ln(3n-1)}}$.

7.19. $\sum_{n=5}^{\infty} \frac{1}{(n-2)\sqrt{ln(n-3)}}$.

7.20. $\sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)\sqrt{ln(n-2)}}$.

7.21. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+5)\,ln^2(n+1)}$.

7.22. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\left(\frac{n}{3}\right)ln^2(n+7)}$.

7.23. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^2}{(n^3+1)\,ln\,n}$.

7.24. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{n}{(n^2-3)\,ln^2\,n}$.

7.25. $\sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{\left(\frac{n}{3}-1\right)ln^2\left(\frac{n}{2}\right)}$.

7.26. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{(n^2+5)\,ln\,n}$.

7.27. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3n}{(2n^2+3)\,ln\,n}$.

7.28. $\sum_{n=4}^{\infty} \frac{n+1}{(5n^2-9)\,ln(n-2)}$.

7.29. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{2n+1}{\left(\frac{3n^2}{2}+2\right)ln\left(\frac{n}{2}\right)}$.

7.30. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{(n^2-1)\,ln\,n}$.

7.31. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3n}{(n^2-2)\,ln(2n)}$.

8 нче мәсьәлә. Рәтне җыелуга тикшерегез.

8.1. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2n+1}{n(n+1)}$.

8.2. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\left(\frac{n}{2n+1}\right)^{n}$.

8.3. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{ln(n+1)}$.

8.4. $\sum_{n=3}^{\infty}\frac{(-1)^{n}}{n(lnln\,n)\,ln\,n}$.

8.5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n}2n^{2}}{n^{4}-n^{2}+1}$.

8.6. $\sum_{n=3}^{\infty}\frac{(-1)^{n}}{(n+1)\,ln\,n}$.

8.7. $\sum_{n=3}^{\infty}\frac{(-1)^{n}}{n\,ln(n+1)}$.

8.8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n\sqrt[4]{2n+3}}$.

8.9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n}\,sin\frac{\pi}{2\sqrt{n}}}{\sqrt{3n+1}}$.

8.10. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\,cos\frac{\pi}{6n}$.

8.11. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{sin\,n}{n!}$.

8.12. $\sum_{n=3}^{\infty}\frac{(-1)^{n}}{n\,ln(2n)}$.

8.13. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}tg\,\frac{1}{n}$.

8.14. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{cos\,n}{n^{2}}$.

8.15. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{(n+1)2^{2n}}$.

8.16. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n}}{cos\frac{\pi}{3\sqrt{n}}\sqrt[3]{3n+ln\,n}}$.

8.17. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{(n+1)\left(\frac{3}{2}\right)^{n}}$.

8.18. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\frac{2n-1}{3n}$.

8.19. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n}(n+3)}{ln(n+4)}$.

8.20. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\frac{n+1}{\sqrt{n^{3}}}$.

8.21. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n}tg\frac{\pi}{4\sqrt{n}}}{\sqrt{5n-1}}$.

8.22. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{n}}{(2n+1)2^{2n+1}}$.

8.23. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\frac{sin\left(n\sqrt{n}\right)}{n\sqrt{n}}$.

8.24. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n}}{n+cos\left(\frac{2}{\sqrt{n+4}}\right)}$.

8.25. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\,sin\frac{\pi}{2^{n}}$.

8.26. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n}}{n^{2}+sin^{2}\,n}$.

8.27. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\frac{sin\,3^{n}}{3^{n}}$.

8.28. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\,ln\left(1+\frac{1}{n^{2}}\right)$.

8.29. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\,sin\frac{1}{n}\cdot tg\,\frac{1}{n}$.

8.30. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\left(1-cos\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$.

8.31. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\frac{n^{3}}{(n+1)!}$.

9 нчы мәсьәлә. Рәт суммасын α төгәллеге белән исәпләгез

9.1. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{3n^{2}},\ \alpha=0{,}01.$

9.2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n!},\ \alpha=0{,}01.$

9.3. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{(2n)^{3}},\ \alpha=0{,}001.$

9.4. $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^{n}\frac{1}{n!(2n+1)},\ \alpha=0{,}001.$

9.5. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{2n+1}{n^3(n+1)},\ \alpha=0{,}01.$

9.6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n+1)!},\ \alpha=0{,}0001.$

9.7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot n}{2^n},\ \alpha=0{,}1.$

9.8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot n^2}{3^n},\ \alpha=0{,}1.$

9.9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot n}{(2n-1)^2(2n+1)^2},\ \alpha=0{,}001.$

9.10. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n+1)!!},\ \alpha=0{,}0001.$

9.11. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n)!!},\ \alpha=0{,}001.$

9.12. $\sum_{n=0}^{\infty}\left(-\frac{2}{5}\right)^n,\ \alpha=0{,}01.$

9.13. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot n}{7^n},\ \alpha=0{,}0001.$

9.14. $\sum_{n=0}^{\infty}\left(-\frac{2}{3}\right)^n,\ \alpha=0{,}1.$

9.15. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n)!},\ \alpha=0{,}001.$

9.16. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{3n!},\ \alpha=0{,}01.$

9.17. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n)!2n},\ \alpha=0{,}00001.$

9.18. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot(2n+1)}{(2n)!n!},\ \alpha=0{,}001.$

9.19. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2^n\cdot n!},\ \alpha=0{,}001.$

9.20. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{3^n\cdot n!},\ \alpha=0{,}001.$

9.21. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n)!n!},\ \alpha=0{,}00001.$

9.22. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{cos\,\pi n}{3^n(n+1)},\ \alpha=0{,}001.$

9.23. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{4^n(2n+1)},\ \alpha=0{,}001.$

9.24. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{sin\left(\frac{\pi}{2+\pi n}\right)}{n^3},\ \alpha=0{,}01.$

9.25. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot 2^n}{(n+1)^n},\ \alpha=0{,}001.$

9.26. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(n+1)^n},\ \alpha=0{,}001.$

9.27. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{sin\left(\frac{\pi}{2+\pi n}\right)}{n^3+1},\ \alpha=0{,}01.$

9.28. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^3(n+3)},\ \alpha=0{,}01.$

9.29. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{cos(\pi n)}{(n^3+1)^2},\ \alpha=0{,}001.$

9.30. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{1+n^2},\ \alpha=0{,}01.$

9.31. $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n\cdot n}{(1+n^3)^2},\ \alpha=0{,}001.$

10 нчы мәсьәлә. Тигезлекнең дөреслеген исбатлагыз. (Җавап булып Даламбер яисә Коши билгесен кулланганда табылган ρ саны тора)

10.1. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n!}{n^n}=0.$

10.2. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^n}{(2n)!}=0.$

10.3. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2n!!}{n^n}=0.$

10.4. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(2n)^n}{(2n-1)!}=0.$

10.5. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(2n)!}{2n^2!}=0.$

10.6. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^n}{(n!)^2}=0.$

10.7. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(2n)!!}{5^{n^2}}=0.$

10.8. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^2}{n!}=0.$

10.9. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+1)!}{n^n}=0.$

10.10. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^n}{(2n+1)!}=0.$

10.11. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(2n-1)!!}{n^n}=0.$

10.12. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(3n)^n}{(2n-1)!}=0.$

10.13. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(3n)!}{2^{n^2}}=0.$

10.14. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^n}{(n!)^3}=0.$

10.15. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^5}{(2n)!}=0.$

10.16. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2^{3n}}{n!}=0.$

10.17. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+2)!}{n^n}=0.$

10.18. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^n}{(2n-1)!}=0.$

10.19. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(2n+1)!!}{n^n}=0.$

10.20. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(2n)^n}{(2n+1)!}=0.$

10.21. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(4n)!}{2^{n^2}}=0.$

10.22. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^n}{[(n+1)!]^2}=0.$

10.23. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^3}{4^{n^2}}=0.$

10.24. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n!}{2^{n^2}}=0.$

10.25. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+3)!}{n^n}=0.$

10.26. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^n}{(2n+3)!}=0.$

10.27. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(2n+3)!!}{n^n}=0.$

10.28. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(5n)^n}{(2n+1)!}=0.$

10.29. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(5n)!}{2^{n^2}}=0.$

10.30. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^n}{[(n+2)!]^2}=0.$

10.31. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^2+1}{(2n)!!}=0.$

11 нче мәсьәлә. Функциональ рәт җыелу өлкәсен табыгыз.

11.1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(x+n)^{-\frac{1}{5}}}.$

11.2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2n-1}\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^n.$

11.3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n+1}\frac{1}{(3x^2+4x+2)^n}.$

11.4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{3^n}(x^2-4x+6)^n.$

11.5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{1-x^n}.$

11.6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+3}{n+1}\frac{1}{(27x^2+12x+2)^n}.$

11.7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{1+x^{2n}}.$

11.8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n2^n}{n+1}\frac{1}{(3x^2+8x+6)^n}.$

11.9. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n+3}\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^n.$

11.10. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x^2-6x+12)^n}{4^n(n^2+1)}.$

11.11. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\left(\sqrt[3]{n^2}+\sqrt{n}+1\right)^{2x+1}}.$

11.12. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(x+n)^3}.$

11.13. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{x+n}}.$

11.14. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x^2-5x+11)^n}{5^n(n^2+5)}.$

11.15. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+x)^n}{n^n}$.

11.16. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+x)}$.

11.17. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(x+n)^2}$.

11.18. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1+x^n}{1-x^n}$.

11.19. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{xn^x}$.

11.20. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}}{n^{x^2-1}}$.

11.21. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{2^n(n^2+1)}(25x^2+1)^n$.

11.22. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt[3]{n}}{x^2+n^2}$.

11.23. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n^3}{n^3+2}\frac{1}{(3x^2+10x+9)^n}$.

11.24. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{x+2^n}$.

11.25. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(x+n)(x+n+1)}$.

11.26. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{|x|^n+|x|^{-n}}{2}$.

11.27. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x}{n(n+e^x)}$.

11.28. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n n}{(n-e^x)(n^2+1)}$.

11.29. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(n-x)^{\frac{1}{3}}}$.

11.30. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{x}}{3^{nx}+2}$.

11.31. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x}{n+x^2}$.

12 нче мәсьәлә. Функциональ рәт җыелу өлкәсен табыгыз.

12.1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{9^n}{n}x^{2n}\,sin(x+\pi n)$.

12.2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4^n}{n}x^{4n}\,sin(2x-\pi n)$.

12.3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{n}x^{4n}\,cos(x+\pi n)$.

12.4. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{5}{3}\right)^n\frac{1}{\sqrt{n}}x^{2n}\,cos(x-\pi n)$.

12.5. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^{3n}}{\sqrt[3]{n}}x^{4n}\,sin(3x+\pi n)$.

12.6. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{6^n}{n}x^{2n}\,sin(5x-\pi n)$.

12.7. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{\sqrt[4]{3n}}x^{2n}\,cos(x+\pi n)$.

12.8. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{9^n}{2n}x^{2n}\,sin(3x-\pi n)$.

12.9. $\sum_{n=1}^{\infty}2^n x^{3n}\,sin\frac{x}{n}$.

12.10. $\sum_{n=1}^{\infty}3^{2n}x^n\,sin\frac{x}{2n}$.

12.11. $\sum_{n=1}^{\infty}2^{3n}x^n\,sin\frac{2x}{n}$.

12.12. $\sum_{n=1}^{\infty}3^n x^{3n}\,sin\frac{3x}{\sqrt{n}}$.

12.13. $\sum_{n=1}^{\infty}3^n x^n\mathrm{tg}\frac{3x}{n}$.

12.14. $\sum_{n=1}^{\infty}8^n x^{3n}\mathrm{tg}\frac{x}{4\sqrt{n}}$.

12.15. $\sum_{n=1}^{\infty}x^{3n}\mathrm{tg}\frac{2x}{3n}$.

12.16. $\sum_{n=1}^{\infty}2^n x^{3n}\mathrm{arc}\,sin\frac{x}{3n}$.

12.17. $\sum_{n=1}^{\infty}16^n x^{3n}\mathrm{arc}\,sin\frac{x}{\sqrt[3]{n}}$.

12.18. $\sum_{n=1}^{\infty}32^n x^{5n}\mathrm{arc}\,sin\frac{x}{\sqrt{n}}$.

12.19. $\sum_{n=1}^{\infty}2^n x^n\mathrm{arctg}\frac{2x}{n+1}$.

12.20. $\sum_{n=1}^{\infty}2^n x^{3n}\mathrm{arctg}\frac{x}{2(n+3)}$.

12.21. $\sum_{n=1}^{\infty}27^n x^{3n}\mathrm{arctg}\frac{3x}{2n+3}$.

12.22. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{8^n}{n^2}sin^{3n}x$.

12.23. $\sum_{n=1}^{\infty} 8^n n^2 \, sin^{3n} x.$

12.24. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{\sqrt{n}} sin^{2n}(2x).$

12.25. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n} \mathrm{tg}^{2n} x.$

12.26. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^4} sin^n(3x).$

12.27. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n^2} sin^{2n} x.$

12.28. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \mathrm{tg}^n(2x).$

12.29. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \mathrm{tg}^n x.$

12.30. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 3^{\frac{n}{2}}} \mathrm{tg}^n x.$

12.31. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 \cdot 3^{\frac{n}{2}}}{\sqrt{n}} \mathrm{tg}^n(2x).$

13 нче мәсьәлә. Функөиональ рәт җыелу өлкәсен табыгыз.

13.1. $\sum_{n=1}^{\infty} 2n^2 \sqrt{x-2} \cdot e^{-\frac{n^2}{(x-1)^3}}.$

13.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ln^n\left(x+\frac{1}{n}\right)}{\sqrt{x-e}}.$

13.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1+\frac{2}{n}\right)^n \cdot 5^{-\frac{n}{(x+1)^2}}.$

13.4. $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \sqrt{x-1} \cdot e^{-\frac{n}{x}}.$

13.5. $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-\left(1-x\sqrt{n}\right)^2}.$

13.6. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^n \cdot 3^{\frac{n}{(x-1)}}.$

13.7. $\sum_{n=1}^{\infty} 5^{-n^3 \cdot sin\frac{(x^2+1)}{n}}.$

13.8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{ln^n(x-1)}.$

13.9. $\sum_{n=1}^{\infty} 5^{nx} \mathrm{arctg} \frac{x}{7^{nx}(x-1)}.$

13.10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{ln^n(x+2)}.$

13.11. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1+\frac{5}{n}\right)^n \cdot 3^{-\frac{n}{x^2}}.$

13.12. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{ln^n(x+e)}.$

13.13. $\sum_{n=1}^{\infty} e^{n^2 \cdot sin\frac{(x^2+1)}{n}}.$

13.14. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} e^{-\frac{n}{cos x}}.$

13.15. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(ln\left(1+\frac{1}{n}\right)+lnln\, x\right)^n}{\sqrt{x-e^{\frac{1}{e}}}}.$

13.16. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^{ln|x|}}.$

13.17. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{ln^n\left(x+\frac{1}{e}\right)}.$

13.18. $\sum_{n=1}^{\infty} sin^n \frac{x \, ln\, n}{x-n}.$

13.19. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{e^{n \sin x}}.$

13.20. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n 5^{-n^2 \cdot \arctan\left(\frac{1}{(n|x|)}\right)}.$

13.21. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n 3^{-n^2 \cdot ln\left(1+\frac{x}{n}\right)}.$

13.22. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{cos\left(\frac{n}{(x-1)}\right)}{e^{n\sqrt{x}}}.$

13.23. $\sum_{n=1}^{\infty} n^{\sqrt{x}} \mathrm{arcsin} \frac{x}{3^{nx}}.$

13.24. $\sum_{n=1}^{\infty} n^{2x} \mathrm{arctg} \frac{\sqrt{x}}{2^{nx}}.$

13.25. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} 2^{-n^2 \cdot \left(ln\frac{n}{(x^2+1)}\right)}.$

13.26. $\sum_{n=1}^{\infty} n \, ln\left(x-\frac{1}{2}\right) \cdot e^{\frac{n}{ln x}}.$

13.27. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{ln^n x}$.

13.28. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n 5^{-n\left(ln\frac{n}{x^2}\right)}$.

13.29. $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^4\left(sin\frac{1}{n^2x^2}\right)}$.

13.30. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^{ln(1+x^2)}}$.

13.31. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(3+\frac{1}{n}\right)^n \cdot 4^{-\frac{n^2}{x}}$.

14 нче мәсьәлә. Функциональ рәт җыелу өлкәсен табыгыз.

14.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-2)^3(x+3)^{2n}}{2n+3}$.

14.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(x-3)^n}{(n+1)5^n}$.

14.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{n9^n}$.

14.4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3}{(n+1)^5x^{2n}}$.

14.5. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(x-2)^{2n}}{2n}$.

14.6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^{2n+1}}{3n+8}$.

14.7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+1}{3^n(x-2)^n}$.

14.8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{x^n}$.

14.9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{2n-1}}{4^n(2n-1)}$.

14.10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-7)^{2n-1}}{(2n^2-5n)4^n}$.

14.11. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(3n+1)2^n}$.

14.12. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3n(x-2)^{3n}}{(5n-8)^3}$.

14.13. $\sum_{n=1}^{\infty} (x+5)^n \mathrm{tg}\frac{1}{3^n}$.

14.14. $\sum_{n=1}^{\infty} sin\frac{\sqrt{n}}{n^2+1}(x-2)^n$.

14.15. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\cdot 9^n(x-1)^{2n}}$.

14.16. $\sum_{n=1}^{\infty} 3^{n^2}x^{n^2}$.

14.17. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^{n^2}}{n^n}$.

14.18. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{(n+1)!}(x+5)^{2n+1}$.

14.19. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n-2)(x-3)^n}{(n+1)^2 2^{n+1}}$.

14.20. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{(n+4)\,ln(n+4)}$.

14.21. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+2)\,ln(n+2)(x-3)^{2n}}$.

14.22. $\sum_{n=5}^{\infty} \frac{1}{2^n n^2 (x+2)^n}$.

14.23. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^{n^2}}{n^{n+1}}$.

14.24. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{x^n}$.

14.25. $\sum_{n=5}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{3^n(x+3)^n}$.

14.26. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n(x+1)^{2n}}{n}$.

14.27. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+5}{(2n+9)^5(x+2)^{2n}}$.

14.28. $\sum_{n=5}^{\infty} \frac{n^2+1}{5^n(x+4)^n}$.

14.29. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{(2n+1)3^n}$.

14.30. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2(x-3)^n}{(n^4+1)^2}$.

14.31. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^5 x^{2n}}{2n+1}$.

15 нче мәсьәлә. Билгеләмә нигезендә функциональ рәтнең [0,1] кисемтәсендә тигез җыелганын исбатлагыз.Нинди n өчен калдык буынның абсолют кыйммәте $\forall x \in [0,1]$ өчен 0.1дән кечерәк?

15.1. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{x^n}{7n-11}$.

15.2. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{x^n}{5n-6}$.

15.3. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{x^n}{4n-6}$.

15.4. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{x^n}{\sqrt[3]{n^3-5}}$.

15.5. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{x^n}{4n-5}$.

15.6. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{x^n}{5n-9}$.

15.7. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{x^n}{3n-4}$.

15.8. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{x^n}{\sqrt[3]{n^3-2}}$.

15.9. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{x^n}{6n-11}$.

15.10. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{x^n}{\sqrt[3]{n^3-7}}$.

15.11. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{x^n}{7n-10}$.

15.12. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{x^n}{6n-8}$.

15.13. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{x^n}{\sqrt[3]{n^3-4}}$.

15.14. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{x^n}{2n-3}$.

15.15. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{x^n}{8n-12}$.

15.16. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{x^n}{6n-7}$.

15.17. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{x^n}{5n-8}$.

15.18. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{x^n}{6n-10}$.

15.19. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{x^n}{4n-7}$.

15.20. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{x^n}{5n-7}$.

15.21. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{x^n}{7n-13}$.

15.22. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{x^n}{\sqrt[3]{8n^3-21}}$.

15.23. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{x^n}{3n-5}$.

15.24. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{x^n}{\sqrt[3]{8n^3-19}}$.

15.25. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{x^n}{8n-11}$.

15.26. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{x^n}{\sqrt[3]{8n^3-11}}$.

15.27. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{x^n}{\sqrt[3]{8n^3-12}}$.

15.28. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{x^n}{\sqrt[3]{n^3-3}}$.

15.29. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{x^n}{9n-15}$.

15.30. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{x^n}{10n-12}$.

15.31. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{x^n}{\sqrt[3]{n^3-6}}$.

16 нчы мәсьәлә. Бирелгән функөиональ рәт өчен мажоритар рәт төзергә һәм күрсәтелгән кисемтәдә тигез җыелганын исбатларга.

16.1. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{x+1}\cos nx}{\sqrt[3]{n^5+1}}$, $[0, 2]$.

16.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n2^n}$, $[-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}]$.

16.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^n}$, $[-2, 2]$.

16.4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1}\left(\frac{x}{2}\right)^n$, $[-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}]$.

16.5. $\sum_{n=1}^{\infty} x^{n!}$, $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$.

16.6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n5^n}$, $[-1, 6]$.

16.7. $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \frac{(x-3)^n}{(2n+1)\sqrt{n+1}}$, $[2, 4]$.

16.8. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\pi-x)\cos^2 nx}{\sqrt[4]{n^7+1}}$, $[0, \pi]$.

16.9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{n9^n}$, $[-1, 3]$.

16.10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(x+3)^n}{n^n}$, $[-5, -1]$.

16.11. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{(x-2)^{2n}}{(n+1)^2 \ln(n+1)}$, $[1, 3]$.

16.12. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$, $[-3, 3]$.

16.13. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1}x^{2n-1}}{(4n-3)^2}$, $[-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}]$.

16.14. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n-1}}{n3^n \ln n}$, $[-2, 2]$.

16.15. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{2n-1}}{n^2 4^n}$, $[-7, -3]$.

16.16. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^{n^2}}{n^n}$, $[-3, -1]$.

16.17. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}x^n}{n}$, $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$.

16.18. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)^4 x^{2n}}{2n+1}$, $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$.

16.19. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1} \frac{(x-2)^{2n}}{n}$, $[\frac{3}{2}, \frac{5}{2}]$.

16.20. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{n^2}$, $[-6, -4]$.

16.21. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{(2n-1)2^n}$, $[1, 3]$.

16.22. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)\sin^2 nx}{n\sqrt{n+1}}$, $[-3, 0]$.

16.23. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+2)}$, $[-1, 1]$.

16.24. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{\sqrt[3]{n+1}\sqrt{n^2+1}}$, $[-6, -4]$.

16.25. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n^2}}{3^{n^2}}$, $[-2, 2]$.

16.26. $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\sin\frac{\pi}{2^n}\right)(x-2)^n$, $[1, 3]$.

16.27. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{2^n(n+3)}$, $[0, 2]$.

16.28. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^{2n}}{n4^n}$, $[-1, 0]$.

16.29. $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^{n-1} \frac{n(x+2)^n}{(n+1)\sqrt[3]{n+2}}$, $[-3, -1]$.

16.30. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-3)^{2n}}{n\sqrt{n+1}}$, $[2, 4]$.

16.31. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{(n+1)\ln^2(n+1)}$, $[-2, 0]$.

17 нче мәсьәлә. Рәт суммасын табарга.

17.1. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\left(1+\frac{1}{n}\right)x^{n-1}$.

17.2. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(2n-3)(2n-2)}$.

17.3. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)x^{n+2}$.

17.4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}x^{2n-1}}{4^n(2n-1)}$.

17.5. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1+(-1)^n}{2n+1} x^{2n+1}$.

17.6. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(1 - \frac{1}{n}\right) \frac{1}{x^n}$.

17.7. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} x^n}{n(n-1)}$.

17.8. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1+(-1)^{n-1}}{2n+1} x^{2n+1}$.

17.9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$.

17.10. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} x^{2n+2}}{16^n (2n+1)}$.

17.11. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+2}}{(2n+1)(2n+2)}$.

17.12. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1}\right) x^n$.

17.13. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^{n+1}}{n(n+1)}$.

17.14. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-nx}}{n}$.

17.15. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{2n(2n-1)}$.

17.16. $\sum_{n=1}^{\infty} \left[(-1)^n + \frac{1}{n}\right] x^{2n}$.

17.17. $\sum_{n=1}^{\infty} \left[1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}\right] x^{n-1}$.

17.18. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n(n+1)x^{n+1}}$.

17.19. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{n+1}}{(n+1)(n+2)}$.

17.20. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sin^n x}{n(n-1)}$.

17.21. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{2n(2n+1)}$.

17.22. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1}\right) x^n$.

17.23. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+2}}{(n+1)(n+2)}$.

17.24. $\sum_{n=1}^{\infty} \left[2^n + \frac{(-1)^n}{n}\right] x^n$.

17.25. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(2n-2)(2n-1)}$.

17.26. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{n(n-1)}$.

17.27. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cos^{n+1} x}{n(n+1)}$.

17.28. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \mathrm{tg}^n x}{n(n+1)}$.

17.29. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{(n+1)x^{n+1}}$.

17.30. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+(-1)^n}{n(n-1)} x^n$.

17.31. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+2}}{(2n+2)(2n+3)}$.

18 нче мәсьәлә. Рәт суммасын табарга.

18.1. $\sum_{n=0}^{\infty} (4n^2 + 9n + 5)x^{n+1}$.

18.2. $\sum_{n=0}^{\infty} (3n^2 + 7n + 4)x^n$.

18.3. $\sum_{n=0}^{\infty} (n^2 + n + 1)x^{n+3}$.

18.4. $\sum_{n=0}^{\infty} (2n^2 + 4n + 3)x^{n+2}$.

18.5. $\sum_{n=0}^{\infty} (n^2 + 5n + 3)x^n$.

18.6. $\sum_{n=0}^{\infty} (2n^2 + 5n + 3)x^{n+1}$.

18.7. $\sum_{n=0}^{\infty} (3n^2 + 8n + 5)x^{n+2}$.

18.8. $\sum_{n=0}^{\infty} (2n^2 + 8n + 5)x^n$.

18.9. $\sum_{n=0}^{\infty} (2n^2 + 7n + 5)x^{n+1}$.

18.10. $\sum_{n=0}^{\infty} (3n^2 + 7n + 5)x^n$.

18.11. $\sum_{n=0}^{\infty} n(2n-1)x^{n+2}$.

18.12. $\sum_{n=0}^{\infty} (n^2 - n + 1)x^n$.

18.13. $\sum_{n=0}^{\infty} (2n^2 - n - 1)x^n$.

18.14. $\sum_{n=0}^{\infty} (3n^2 + 5n + 4)x^{n+1}$.

18.15. $\sum_{n=0}^{\infty}(n^2+7n+4)x^n$.

18.16. $\sum_{n=0}^{\infty}(2n^2-n-2)x^{n+1}$.

18.17. $\sum_{n=0}^{\infty}(2n^2+2n+1)x^n$.

18.18. $\sum_{n=0}^{\infty}(n^2+2n-1)x^{n+1}$.

18.19. $\sum_{n=0}^{\infty}(n^2+2n+2)x^{n+2}$.

18.20. $\sum_{n=0}^{\infty}(n^2+4n+3)x^{n+1}$.

19.21. $\sum_{n=0}^{\infty}(n^2+5n+4)x^{n+2}$.

18.22. $\sum_{n=0}^{\infty}(2n^2-2n+1)x^n$.

18.23. $\sum_{n=0}^{\infty}(n^2-2n-1)x^{n+1}$.

18.24. $\sum_{n=0}^{\infty}(n^2-2n+2)x^n$.

18.25. $\sum_{n=0}^{\infty}(n^2-2n-2)x^{n+1}$.

18.26. $\sum_{n=0}^{\infty}(4n^2+6n+5)x^n$.

18.27. $\sum_{n=0}^{\infty}(n^2+6n+5)x^{n+1}$.

18.28. $\sum_{n=0}^{\infty}n(2n+1)x^{n+2}$.

18.29. $\sum_{n=0}^{\infty}(2n^2+n+1)x^{n+1}$.

18.30. $\sum_{n=0}^{\infty}(2n^2+n-1)x^n$.

18.31. $\sum_{n=0}^{\infty}(n^2+9n+5)x^{n+1}$.

19 нчы мәсьәлә. Функцияне Тейлор рәтенә x дәрәҗәләре буенча таркатырга

19.1. $\frac{9}{20-x-x^2}$.

19.2. $\frac{x^2}{\sqrt{4-5x}}$.

19.3. $ln(1-x-6x^2)$.

19.4. $2x\,cos^2\left(\frac{x}{2}\right)-x$.

19.5. $\frac{\mathrm{sh}2x}{x}-2$.

19.6. $\frac{7}{12+x-x^2}$.

19.7. $\frac{x}{\sqrt[3]{27-2x}}$.

19.8. $ln(1+x-6x^2)$.

19.9. $(x-1)\,sin\,5\,x$.

19.10. $\frac{\mathrm{ch}3x-1}{x^2}$.

19.11. $\frac{6}{8+2x-x^2}$.

19.12. $\frac{1}{\sqrt[4]{16-3x}}$.

19.13. $ln(1-x-12x^2)$.

19.14. $(3+e^{-x})^2$.

19.15. $\frac{\mathrm{arcsin}x}{x}-1$.

19.16. $\frac{7}{12-x-x^2}$.

19.17. $x^2\sqrt{4-3x}$.

19.18. $ln(1+2x-8x^2)$.

19.19. $2x\,sin^2\left(\frac{x}{2}\right)-x$.

19.20. $(x-1)\mathrm{sh}x$.

19.21. $\frac{5}{6+x-x^2}$.

19.22. $x\sqrt[3]{27-2x}$.

19.23. $ln(1+x-12x^2)$.

19.24. $\frac{sin\,3x}{x}-cos\,3\,x$.

19.25. $\frac{\mathrm{arctg}x}{x}$.

19.26. $\frac{5}{6-x-x^2}$.

19.27. $\sqrt[4]{16-5x}$.

19.28. $ln(1-x-20x^2)$.

19.29. $(2-e^x)^2$.

19.30. $(x-1)\mathrm{ch}x$.

19.31. $\frac{3}{2-x-x^2}$.

20 нче мәсьәлә. Интегралны 0,001 төгәллек белән исәпләргә.

20.1. $\int_0^{0,1} e^{-6x^2}dx$.

20.2. $\int_0^{0,1} sin(100x^2)\,dx$.

20.3. $\int_0^1 cos\,x^2\,dx$.

20.4. $\int_0^{0,5} \frac{dx}{\sqrt[4]{1+x^4}}$.

20.5. $\int_0^{0,1} \frac{1-e^{-2x}}{x}dx$.

20.6. $\int_0^1 \frac{ln\left(1+\frac{x}{5}\right)}{x}dx$.

20.7. $\int_0^{1,5} \frac{dx}{\sqrt[3]{27+x^3}}$.

20.8. $\int_0^{0,2} e^{-3x^2}dx$.

20.9. $\int_0^{0,2} sin(25x^2)\,dx$.

20.10. $\int_0^{0,5} cos(4x^2)\,dx$.

20.11. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[4]{16+x^4}}$.

20.12. $\int_0^{0,2} \frac{1-e^{-x}}{x}dx$.

20.13. $\int_0^{0,4} \frac{ln\left(1+\frac{x}{2}\right)}{x}dx$.

20.14. $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{64+x^3}}$.

20.15. $\int_0^{0,3} e^{-2x^2}dx$.

20.16. $\int_0^{0,4} sin\left(\frac{5x}{2}\right)^2 dx$.

20.17. $\int_0^{0,2} cos(25x^2)\,dx$.

20.18. $\int_0^{1,5} \frac{dx}{\sqrt[4]{81+x^4}}$.

20.19. $\int_0^{0,4} \frac{1-e^{-\frac{x}{2}}}{x}dx$.

20.20. $\int_0^{0,1} \frac{ln(1+2x)}{x}dx$.

20.21. $\int_0^{2,5} \frac{dx}{\sqrt[3]{125+x^3}}$.

20.22. $\int_0^{0,4} e^{-\frac{3x^2}{4}}dx$.

20.23. $\int_0^{0,5} sin(4x^2)\,dx$.

20.24. $\int_0^{0,4} cos\left(\frac{5x}{2}\right)^2 dx$.

20.25. $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[4]{256+x^4}}$.

20.26. $\int_0^{0,5} \frac{dx}{\sqrt[3]{1+x^3}}$.

20.27. $\int_0^{2,5} \frac{dx}{\sqrt[4]{625+x^4}}$.

20.28. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{8+x^3}}$.

20.29. $\int_0^{0,5} e^{-\frac{3x^2}{25}}dx$.

20.30. $\int_0^1 sin\,x^2\,dx$.

20.31. $\int_0^{0,1} cos(100x^2)\,dx$.